

## БДС EN 1992-1-1 - [1]: проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции.

### 1. Допълнителни указания към т.3.1.3, (2) от БДС EN 1992-1-1 - [1]

Посочените стойности на модула на еластичност  $E_{cm}$  в табл.3.1 от стандарта са информационни и приблизителни. Въз основа на статистически анализ на представителен брой изпитвания са определени вероятните стойности на  $E_{cm}$ , посочени в 1.1.

1.1. Вероятните средни стойностите на модул на еластичност на бетона  $E_{cm}$  за произвежданите в страната бетонни смеси са посочените в табл.1.1. При наличие на експериментални данни за кубовата и/или призмена якост на бетона, текущия модул на еластичност  $E_{cm}$  между  $\sigma_c = 0$  и  $0,4f_{cm}$  може да се определи от следната емпирична формула:

$$E_{cm} = k_{cube} \sqrt[3]{0,1 \cdot f_{cm, cube}} \quad \text{или} \quad E_{cm} = k_c \sqrt[3]{0,1 \cdot f_{cm}}, \text{ в } GPa, \quad (1.1)$$

където  $f_{cm, cube}$  и  $f_{cm}$  са в  $MPa$ ;  $k_{cube}$  и  $k_c$  са посочени в таблица 1.2. в зависимост от класа на бетона по якост на натиск.

Таблица 1.1.

Вероятните стойности на модула на еластичност на бетона ( $E_{cm}$ ) при клас на бетона по якост на натиск											
Клас на бетона	B15	B20	B25	B30	B35	-	B40	B45	B50	B55	B60
	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C28/35	C30/37	C32/40	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$E_{cm} (GPa)$	18,5	21,5	22,5	25,5	27	27,5	28,5	29	31,5	34	35,5

За определяне на модула на еластичност на бетона могат да се използват следните формули:

$$E_b = k_{cube} \sqrt[3]{0,1 \cdot f_{cm, cube}} \quad \text{или} \quad E_{cm} = k_c \sqrt[3]{0,1 \cdot f_{cm}}, \text{ в } GPa, \quad (1.2)$$

в които  $f_{cm, cube}$  и  $f_{cm}$  са в  $MPa$ ;  $k_{cube}$  и  $k_c$  са посочени в таблица 1.2.

Таблица 1.2.

Клас на бетона	B15÷B25	B15÷B25	B15÷B25
$k_{cube}$	16	18	20
$k_c$	17	19	21

## 2. Допълнителни указания към чл. 3.1.4. от БДС EN 1992-1-1 - [1] и приложение В - таблично определяне на коефициента $\varphi(\infty, t_0)$

Таблично определяне на коефициента на пълзене и на деформациите от съсъхване на бетона.

Коефициент на пълзене.

Деформацията от пълзене на бетона  $\varepsilon_{cc}(\infty, t_0)$  в момент  $t = \infty$  при постоянно натисково напрежение  $\sigma_c$ , приложено при възраст на бетона  $t_0$ , се определя по формула (2.1) - (3.6 от стандарта [1]):

$$\varepsilon_{cc}(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \cdot (\sigma_c / E_c), \quad (2.1)$$

Ако натисковото напрежение в бетона на възраст  $t_0$  надвишава стойността  $0,45 f_{ck}(t_0)$ , трябва да бъде взет под внимание нелинейният характер на пълзенето. Такава ситуация може да възникне като резултат от предварително налягане, например на нивото на налягащата арматура в предварително изготвени стоманобетонни елементи. В тези случаи нелинейният условен коефициент на пълзене трябва да бъде определен по формула (2.2) - (съответстваща на 3.7 от [1]):

$$\varphi_k(\infty, t_0) = \varphi(\infty, t_0) \exp(1,5(k\sigma - 0,45)), \quad (2.2)$$

където  $\varphi(\infty, t_0) \geq 1,0$  е крайната стойност на коефициента на пълзене;

$\varphi_k(\infty, t_0)$  - нелинеен условен коефициент на пълзене, който заменя  $\varphi(\infty, t_0)$ ;

$k_\sigma = \sigma_c / f_{ck}(t_0)$ ,

$\sigma_c$  - натисково напрежение;

$f_{ck}(t_0)$  - характеристична якост на натиск на бетона в момента на натоварване.

Коефициентът на пълзене  $\varphi(t, t_0)$  за определен срок  $t$  може да бъде изчислен по формула (В.1) от информационно приложение на [1]:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0), \quad (2.3)$$

в която  $\varphi_0$  е основната стойност на коефициента на пълзене, определен с израз (В.2) от информационно приложение на [1]:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \beta(t_0) \quad (2.4)$$

$\varphi_{RH}$  - коефициент, който отразява ефекта на относителната влажност върху основната стойност на коефициента на пълзене с формула (В.3а и б) от инф. приложение на [1]:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH / 100}{0,13 \sqrt{h_0}} \quad \text{за } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa}, \quad (2.5)$$

$$\varphi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - RH / 100 \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7}}{0,1 \sqrt[3]{h_0}} \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \right] \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \quad \text{за } f_{cm} > 35 \text{ MPa}, \quad (2.6)$$

**$RH$**  - относителната влажност на околната среда в %;

**$f_{cm}$**  - средната якост на натиск на бетона на възраст 28 дни, в **MPa**;

**$\beta(t_0)$**  - коефициент, който отразява ефекта от възрастта, при която бетонът е натоварен, върху основната стойност на коефициента на пълзене, определя се с израз (B.5) от информационно приложение на [1]:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0,1 + t_0^{0,20})}, \quad (2.7)$$

**$h_0$**  - условен размер на елемента в **mm**, (B.6) от инф. приложение на [1]:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (2.8)$$

**$A_c$**  - обща площ на бетонното напречно сечение в **mm<sup>2</sup>**;

**$u$**  - периметър на напречното сечение на елемента в контакт с атмосферата в милиметри;

**$\beta_c(t, t_0)$**  - коефициент, който отразява развитието на пълзенето във времето след натоварването и може да бъде определен посредством формулата (B.7) от информационно приложение на [1]:

$$\beta_c(t, t_0) = \left[ \frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right]^{0,3}, \quad (2.9)$$

**$t$**  - възраст на бетона в разглеждания момент, в **дни**;

**$t_0$**  - възраст на бетона при натоварване, в **дни**;

**$\beta_H$**  - коефициент, зависещ от относителната влажност  **$RH$**  в % и от условия размер на елемента  **$h_0$**  в **mm**, който може да бъде определен по формулите (B.8,a) и (B.8,b) от информационно приложение на стандарта [1]:

$$\beta_H = 1,5 [1 + (0,012 RH)^{18}] h_0 + 250 \leq 1500, \quad \text{за } f_{cm} \leq 35, \quad (2.10)$$

$$\beta_H = 1,5 [1 + (0,012 RH)^{18}] h_0 + 250 \sqrt{\frac{35}{f_{cm}}} \leq 1500 \sqrt{\frac{35}{f_{cm}}}, \quad \text{за } f_{cm} > 35, \quad (2.11)$$

Ефектът на вида на цимента върху коефициента на пълзене на бетона може да бъде взет под внимание посредством промяна във формула (2.7) или (B.5) на [1] на възрастта  **$t_0$**  на бетона при натоварване съгласно формулата:

$$t_0 = t_{0,T} \left( \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right)^\alpha \geq 0,5, \quad (2.12)$$

в която  $t_{0,T}$  е температурната възраст на бетона при натоварване, изразена в дни и определена съгласно формула (В.10);

$\alpha$  - степенен показател, който зависи от вида на цимента, приема се:

- 1,0 за цимент клас S,
- 0,0 за цимент клас N,
- + 1,0 за цимент клас R.

Ефектът от повишените или понижени температури в интервала 0 - 80 °C върху втвърдяването на бетона може да бъде взет под внимание посредством коригиране на възрастта на бетона съгласно формула (В.10) от инф. приложение на [1]:

$$t_{0T} = \sum_{i=1}^n e^{\left[ \frac{4000}{273+T(\Delta t_i)} - 13,65 \right]} \Delta t_i, \quad (2.13)$$

в която  $t_{0T}$  е коригираната възраст на бетона, която заменя  $t$  в съответните формули;

- $T(\Delta t_i)$  - температура в °C за период от време  $\Delta t_i$ ;
- $\Delta t_i$  - брой на дните за период  $i$ , в който преобладава температурата  $T(\Delta t_i)$ ;
- $n$  - брой на периодите, през които температурата е фиксирана със стойност  $T(\Delta t_i)$ .

За ориентация при температура 60°C в продължение на едно денонощие по (В.10) се получава коригирана възраст на бетона от 5 дни. При температура 20°C не се получава увеличаване на възрастта на бетона или дните, през които температурата е 20°C, се прибавят към другите без корекция. За дните с температура по-ниска от 20°C с корекцията по (2.13) или (В.10) от [1], ще бъде получена по-малка възраст.

За голям период от време, когато  $t \approx \infty$ , коефициентът  $\beta_c(t, t_0) \approx 1,0$  и  $\varphi(t, t_0) = \varphi(\infty, t_0)$ .

В таблица 2.1. са показани крайни коефициенти на пълзене  $\varphi(\infty, t_0)$  за различни класове бетон при влажност 50, 80 и 100%. Времето  $t$  в (2.9) или (В.7) от [1] е приемано  $\infty$ . Стойностите са при условен размер  $h_0 = 50, 200$  и  $600$  mm по (2.8) или по (В.6) от [1].

Времето  $t_0$  в таблица 2.1., показващо възрастта на бетона, при която е натоварен, трябва да бъде определено по (2.12) или по (В.9) от [1], като се взема под внимание вида на цимента и температурните условия. Чрез стойностите от таблицата могат да бъдат намерени коефициенти на пълзене за определен период от време  $t$  като бъдат умножени с коефициента  $\beta_c(t, t_0)$  по (2.9) или по (В.7) от [1]. При влажност 100% условният размер  $h_0$  не влияе върху коефициента на пълзене и затова при тази стойност на влажността представените стойности за коефициента на пълзене са само в един ред.

**Таблица 2.1. –  
Краен коефициент на пълзене  $\varphi(\infty, t_0)$**

$t_0$ дни	RH %	$h_0$ mm	Бетон клас								
			20/25	25/30	30/37	35/45	40/50	45/55	50/60	60/75	70/85
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	50	50	6,81	6,27	5,56	4,99	4,32	3,89	3,54	3,01	2,62
		200	5,36	4,93	4,41	3,98	3,49	3,17	2,90	2,49	2,19
		600	4,60	4,24	3,80	3,46	3,05	2,79	2,57	2,23	1,97
	80	50	4,46	4,10	3,69	3,36	2,97	2,72	2,50	2,18	1,93
		200	3,88	3,57	3,23	2,96	2,64	2,43	2,25	1,97	1,76
		600	3,57	3,29	2,98	2,75	2,46	2,27	2,12	1,86	1,67
	100	50-600	2,89	2,66	2,44	2,27	2,07	1,93	1,81	1,62	1,47
3	50	50	5,57	5,13	4,55	4,08	3,53	3,18	2,90	2,46	2,14
		200	4,38	4,03	3,60	3,26	2,85	2,59	2,37	2,04	1,79
		600	3,76	3,46	3,11	2,83	2,50	2,28	2,10	1,82	1,61
	80	50	3,64	3,35	3,01	2,74	2,43	2,22	2,05	1,78	1,58
		200	3,17	2,92	2,64	2,42	2,15	1,98	1,84	1,61	1,44
		600	2,92	2,69	2,44	2,25	2,01	1,86	1,73	1,52	1,37
	100	50-600	2,36	2,17	1,99	1,86	1,69	1,58	1,48	1,33	1,20
5	50	50	5,06	4,66	4,14	3,71	3,21	2,89	2,63	2,24	1,94
		200	3,98	3,67	3,28	2,96	2,59	2,35	2,16	1,85	1,63
		600	3,42	3,15	2,83	2,57	2,27	2,07	1,91	1,66	1,47
	80	50	3,31	3,05	2,74	2,50	2,21	2,02	1,86	1,62	1,44
		200	2,88	2,65	2,40	2,20	1,96	1,80	1,67	1,47	1,31
		600	2,66	2,45	2,22	2,04	1,83	1,69	1,57	1,39	1,24
	100	50-600	2,15	1,98	1,81	1,69	1,54	1,43	1,35	1,21	1,10
10	50	50	4,45	4,09	3,63	3,26	2,82	2,54	2,31	1,96	1,71
		200	3,50	3,22	2,88	2,60	2,28	2,07	1,90	1,63	1,43
		600	3,00	2,77	2,48	2,26	1,99	1,82	1,68	1,45	1,29
	80	50	2,91	2,68	2,41	2,19	1,94	1,77	1,64	1,42	1,26
		200	2,53	2,33	2,11	1,93	1,72	1,58	1,47	1,29	1,15
		600	2,33	2,15	1,95	1,79	1,61	1,48	1,38	1,22	1,09
	100	50-200	1,88	1,74	1,59	1,48	1,35	1,26	1,18	1,06	1,0*
30	50	50	3,61	3,33	2,95	2,65	2,29	2,06	1,88	1,59	1,39
		200	2,84	2,62	2,34	2,11	1,85	1,68	1,54	1,32	1,16
		600	2,44	2,25	2,02	1,83	1,62	1,48	1,36	1,18	1,05
	80	50	2,36	2,18	1,96	1,78	1,57	1,44	1,33	1,15	1,02
		200	2,05	1,89	1,71	1,57	1,40	1,29	1,19	1,05	1,0*
		600	1,89	1,74	1,58	1,46	1,31	1,21	1,12	1,0*	1,0*
	100	50-600	1,53	1,41	1,29	1,20	1,10	1,02	1,0*	1,0*	1,0*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
90	50	50	2,93	2,69	2,39	2,14	1,86	1,67	1,52	1,29	1,12
		200	2,30	2,12	1,89	1,71	1,50	1,36	1,25	1,07	1,0*
		600	1,98	1,82	1,64	1,49	1,31	1,20	1,10	1,0*	1,0*
	80	50	1,91	1,76	1,59	1,44	1,28	1,17	1,08	1,0*	1,0*
		200	1,67	1,53	1,39	1,27	1,13	1,04	1,0*	1,0*	1,0*
		600	1,54	1,41	1,28	1,18	1,06	1,0*	1,0*	1,0*	1,0*
	100	50-600	1,24	1,14	1,05	1,0*	1,0*	1,0*	1,0*	1,0*	1,0*
Забележка: *Изчислените стойности са по-малки от 1,0, но са приети равни на 1,0											

Трябва да се има предвид, че стойности на коефициента на пълзене, по-малки от  $1,0$ , не са реални. По тази причина за коефициента по таблица 2.1. трябва да бъде използвана долна граница:

$$\varphi(\infty, t_0) \geq 1,0. \quad (2.14)$$

За сравнение в таблица 2.2. са показани крайни коефициенти на пълзене по нормативни документи на Русия.

**Таблица 2.2. –  
Краен коефициент на пълзене  $\varphi(\infty, t_0)$  по СП52-102-2004 ,  
Норми за предварително напрегнати стоманобетонни  
конструкции на Русия**

Влажност RH %	Бетон клас C			
	25/30	30/37	40/50	50/60
< 40	3,2	3,0	2,4	2,0
40 - 75	2,3	2,1	1,6	1,4
> 75	1,6	1,5	1,2	1,0

### 3. Допълнителни указания към член 3.1.4 от БДС EN 1992-1-1 - [1] и приложение В за опростяване на изчисленията

#### Съсъхване.

Общата деформация от съсъхване се състои от две компоненти - деформация от съсъхване при изсъхване и деформация от собствено съсъхване. Деформацията от съсъхване при изсъхване се развива бавно, тъй като е функция на преминаването на водата през втвърдения бетон.

Деформацията от собствено съсъхване настъпва по време на втвърдяване на бетона като основната част (около **50%**) се осъществява скоро след изливането – първите **8 - 10 дни**. Деформацията от собствено съсъхване е линейна функция на якостта на бетона. Тя трябва да бъде разглеждана най-вече в случаите, когато се излива нов бетон върху втвърден бетон.

Стойността на общата деформация от съсъхване  $\varepsilon_{cs}$  се определя с формула (3.8) от [1]:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}, \quad (3.1)$$

в която  $\varepsilon_{cd}$  е деформацията от съсъхване при изсъхване;

$\varepsilon_{ca}$  - деформация от собствено съсъхване.

Крайната стойност на деформацията от съсъхване при изсъхване  $\varepsilon_{cd,\infty}$  е равна на (3.9.a) от [1]:

$$\varepsilon_{cd,\infty} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}. \quad (3.2)$$

Стойността на  $\varepsilon_{cd,0}$  може да бъде взета от таблица 3.1. - очаквани средни стойности с коефициент на вариация около **30%**.

**Таблица 3.1. –  
Номинални стойности на деформацията от  
съсъхване при изсъхване  $\varepsilon_{cd,0}$ , умножени по  $10^6$**

Клас на бетона C	Клас на цимента	Относителна влажност RH в %			
		20	50	80	100
1	2	3	4	5	6
<b>20/25</b>	S	500	440	246	0,0
	N	616	544	303	0,0
	R	845	746	416	0,0
<b>25/30</b>	S	468	413	230	0,0
	N	580	512	286	0,0
	R	800	706	394	0,0
<b>30/37</b>	S	439	387	216	0,0
	N	547	482	269	0,0
	R	757	668	373	0,0
<b>35/45</b>	S	411	362	202	0,0
	N	515	454	253	0,0
	R	717	632	353	0,0

1	2	3	4	5	6
40/50	S	385	340	189	0,0
	N	485	428	239	0,0
	R	678	598	334	0,0
45/55	S	361	318	177	0,0
	N	457	403	225	0,0
	R	642	566	316	0,0
50/60	S	338	298	166	0,0
	N	430	379	212	0,0
	R	608	536	299	0,0
60/75	S	297	262	146	0,0
	N	381	337	188	0,0
	R	544	480	268	0,0
70/85	S	261	230	128	0,0
	N	338	298	166	0,0
	R	489	430	240	0,0

Коефициентът  $k_h$  се приема по таблица 3.2. в зависимост от условия размер  $h_0$ , изчислен по (2.8) или по (B.6) от [1].

**Таблица 3.2. –  
Стойности за  $k_h$  във формула (3.9)**

$h_0$	$k_h$
100	1,0
200	0,85
300	0,75
$\geq 500$	0,70

Изменението на деформацията от съсъхване при изсъхване във времето се определя по формула (3.9,б) от [1]:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \varepsilon_{cd,0}, \quad (3.3)$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0,4 \sqrt{h_0^3}}, \quad (3.4)$$

в която  $t$  е възрастта на бетона в разглеждания момент, **в дни**;

$t_s$  - възраст на бетона **в дни** от изливането до започване на съсъхването - обикновено това е моментът на приключване на грижите за бетона.

Деформацията от собствено съсъхване се определя по формулите:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty), \quad (3.5)$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6}, \quad (3.6)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}), \quad (3.7)$$

в които  $t$  се замества **в дни**.

Общата крайна деформация от съсъхване за период  $t = \infty$  се определя с формулата:

$$\varepsilon_{cs} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} + 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6}. \quad (3.8)$$

В таблица 3.1. стойността на деформацията при изсъхване  $\varepsilon_{cd,0}$  е изчислявана по формула (В.11) от [1]:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[ (220 + 110 \alpha_{ds1}) \exp \left( -\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{10} \right) \right] 1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right] \cdot 10^{-6}, \quad (3.9)$$

в която  $\alpha_{ds1}$  е коефициент, който зависи от вида на цимента,

- = **3** за цимент *клас S*,
- = **4** за цимент *клас N*,
- = **6** за цимент *клас R*;

$\alpha_{ds2}$  - коефициент, който също зависи от вида на цимента,

- = **0,13** за цимент *клас S*,
- = **0,12** за цимент *клас N*,
- = **0,11** за цимент *клас R*;

***RH*** - относителна влажност на околната среда в %.

#### 4. Допълнителни указания към член 3.1.7, (3) от БДС EN 1992-1-1 - [1]

Оценка на точността при замяна на параболично-линейната зависимост с правоъгълна диаграма на нормалните напрежения в натисквата зона.

Съгласно член 3.1.7(3) на [1] се допуска приемането на правоъгълна диаграма на напреженията (фигура 4.1. или фиг. 3.5 от стандарта [1]) вместо параболично - линейната. Коефициентът  $\lambda$ , който определя ефективната височина на натисквата зона като част от действителната височина  $x$ , и коефициентът  $\eta$ , чрез който се намира ефективна якост, еднаква по цялата височина  $\lambda x$ , се задават с формулите (3.19) до (3.22) от стандарта [1]:

$$\lambda = 0,8 \quad \text{за } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}, \quad (4.1)$$

$$\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50)/400 \quad \text{за } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}, \quad (4.2)$$

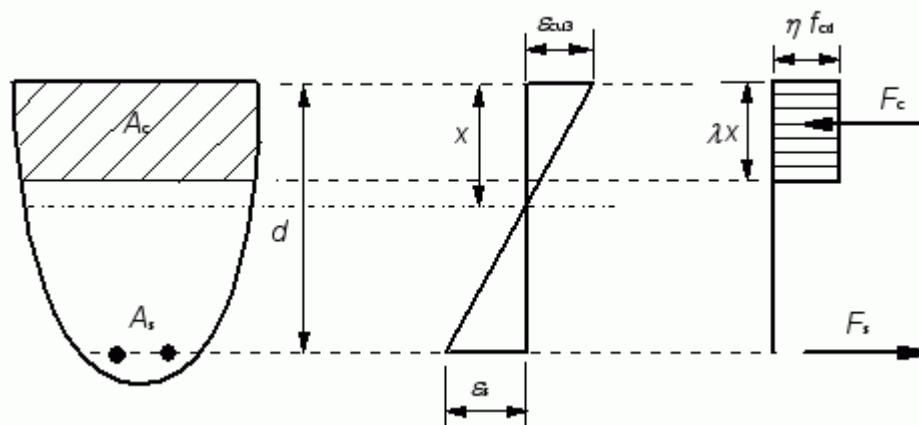
$$\eta = 1,0 \quad \text{за } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}, \quad (4.3)$$

$$\eta = 1,0 - (f_{ck} - 50)/200 \quad \text{за } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}. \quad (4.4)$$

За различни класове бетон коефициентите са показани в таблица 4.1.

Таблица 4.1. –  
Стойности на  $\lambda$  и  $\eta$  по формули (3.19) - (3.22).

Коефициенти	Клас на бетона					
	C12/15 C50/60	C55/67	C60/75	C70/85	C80/95	C90/105
$\lambda$	0,800	0,787	0,775	0,750	0,725	0,700
$\eta$	1,000	0,975	0,950	0,900	0,850	0,800



Фигура 4.1. Ефективна правоъгълна диаграма на напреженията

Обосновката за извеждане на формули (4.1) - (4.4) (формули (3.19) до (3.22) от стандарта [1]), изтъкната от съставителите на [1], се състои в сравняването на натисквата сила при правоъгълна диаграма с тази при параболично-линейна

диаграма, приемана като основна. Съпоставката е направена при условие, че крайното натиснато влакно е достигнало граничната деформация  $\varepsilon_{cu2}$  или  $\varepsilon_{cu2}$ .

По тази причина формули (4.1) - (4.4) не гарантират точност в случаите, когато граничното състояние настъпва при достигане на гранична деформация в опънната армировка, но деформацията в крайното натиснато влакно от бетонното сечение е по-малка от граничната. Подобен случай е възможен при плочогредово сечение и при плочи.

От проведено изследването е установена точността при замяна на параболично - линейната зависимост с правоъгълна. При различни стойности на  $\xi = x/d$  са изчислявани огъващите моменти, които може да поеме сечението, определени спрямо центъра на тежестта на опънната армировка. Като показател за точността е използвано отношението на моментите:

$$K = \frac{M_{pl}}{M_r}, \quad (4.5)$$

в което  $M_{pl}$  е момент спрямо центъра на тежестта на опънната армировка, определен при използване на параболично линейната диаграма, приет за точен;

$M_r$  - същият момент, определен при използване на правоъгълна диаграма.

Стойностите на  $\xi$  са приемани в границите от 0,004 до 1,0.

Анализът на данните за бетони с класове от C12/15 до C50/60 показва, че има добро съвпадение между носещите способности при двата вида диаграми (параболично-линейна и правоъгълна) за стойности на  $\xi$  от 0,1228 до 1,0. При стойност  $\xi < 0,1228$  относителната деформация в крайното натиснато влакно е по-малка от граничната и разликите в носещите способности стават силно изразени. С правоъгълната диаграма се получава по-голяма носеща способност. Например при  $\xi = 0,07$  разликата е 20% и нараства с намаляването на  $\xi$ . За интервала  $\xi < 0,1228$  не би трябвало да се прилагат формули (4.1) и (4.2), ако не бъде въведена допълнителна поправка. Единият начин е като стойността на огъващият момент  $M_r$ , определен при правоъгълна диаграма на напреженията, бъде умножена с коефициента  $K$ . Така големината на  $M_r$  ще бъде приравнена на  $M_{pl}$ , моментът при параболично-линейна диаграма. Стойностите на  $K$  могат да бъдат приемани по таблица 4.2. В таблицата е въведена и стойността на относителния момент:

$$m = \frac{M_{Ed}}{f_{cd} b d^2}, \quad (4.6)$$

с която се работи много по-лесно.

В (4.6)  $M_{Ed}$  представлява огъващият момент, за който се проверява сечението.

Другият начин е стойността на  $K$  да бъде определяна с приблизителната формула:

$$K = 2,2\sqrt[3]{m} \leq 1,0. \quad (4.7)$$

Стойностите на  $K$  по (4.7) са показани в дясната колона на таблица 4.2. Разликите от точните стойности са до 3-4%, с изключение на тези при най-ниските

стойности на  $m$ , където достигат **10-11%**, но тези случаи са много рядко срещани на практика. Формула (4.7) се отнася само за бетони с класове **C12/15 – C50/60**.

Трябва да се има предвид, че при изчисляване на плочи и плочогредови сечения най-често  $\xi < 0,1228$  и съответно  $m \leq 0,10$  и ако се прилага правоъгълна диаграма, трябва да бъде използван коефициент  $K$ . Прилагането на правоъгълна диаграма без поправката с  $K$  в този случай ще означава допускането на сериозно различие с действителната носеща способност.

При по-високите класове бетон също е установено значително различие в носещата способност по двете диаграми (параболично – линейна и правоъгълна) при деформация на крайното натиснато влакно по-малка от граничната – при  $\xi < 0,12$  или  $m \leq 0,10$ . Но освен това за някои класове - **C55/67, C60/75, C70/85 и C80/95** с правоъгълната диаграма се получава по-голяма носеща способност от порядъка на **3 – 5%** за всички стойности на  $\xi$  от **0,004** до **1,0**. За тези класове е наложителна обща корекция като в посока на сигурността носещата способност, изчислена при правоъгълна диаграма, бъде умножена с коефициент  $K = 0,95$ . За интервала  $\xi < 0,12$  и съответно  $m < 0,08 - 0,10$  трябва да бъде прилагана параболично – линейна диаграма на нормалните напрежения.

**Таблица 4.2. –  
Стойност на  $K$  при бетони с класове.  
C12/15 – C50/60 за  $m \leq 0,10$**

$m$ по (6)	$\xi$	$K$ по (5)	$K$ по (7)
0,010	0,0300	0,4217	0,474
0,016	0,0387	0,5247	0,554
0,020	0,0438	0,5806	0,597
0,026	0,0509	0,6520	0,652
0,030	0,0553	0,6933	0,684
0,036	0,0617	0,7477	0,726
0,040	0,0659	0,7797	0,752
0,046	0,0720	0,8221	0,788
0,050	0,0761	0,8469	0,810
0,056	0,0823	0,8796	0,842
0,060	0,0864	0,8988	0,861
0,066	0,0927	0,9244	0,889
0,070	0,0969	0,9396	0,907
0,076	0,1032	0,9602	0,932
0,080	0,1074	0,9725	0,948
0,086	0,1138	0,9894	0,972
0,090	0,1181	0,9996	0,986
0,092	0,1203	1,0044	0,993

## 5. Допълнителни указания към член 5.10.1, (2) и (3) от БДС EN 1992-1-1 - [1].

Представяне на ефектите от предварително налягане при статически неопределими системи.

Деформациите от предварителното налягане в статически определени системи могат да бъдат осъществявани свободно и в конструкцията не възникват допълнителни реакции и усилия. Напреженията в произволно сечение, създадени от налягането, зависят само от големината и положението на налягащата сила и геометричните характеристики на сечението. При неопределимите системи деформациите от предварителното налягане не са свободни и в конструкцията възникват допълнителни реакции и усилия, променящи съществено напрегнатото състояние в елементите на конструкцията. Целта на изследването на неопределимите системи за състояние на налягане е да бъде установено напрегнатото състояние, породено от налягането. Това означава да бъдат намерени реакциите в опорите и диаграмите на разрезните усилия по дължина на елементите, дължащи се на приложените налягащи сили. Тези усилия трябва да бъдат комбинирани с усилията от собствено тегло и другите въздействия, за които е предназначена конструкцията. По този начин ще бъдат получени меродавните усилия, за които трябва да бъде проверявано което и да е сечение.

Няма принципна разлика при определяне на усилията в статически неопределими системи от налягането и от другите въздействия. Прилагат се методите на строителната механика. За усилията е без значение дали ще бъдат определени ръчно или с компютърна програма. Особеността се състои само в начина, по който се вземат под внимание ефектите от предварителното налягане.

Използват се два подхода за отразяване на въздействието от предварително налягане върху конструкциите. Основният принцип и при двата е налягащата сила да бъде разглеждана като външен товар.

### 5.1.1. Първи начин

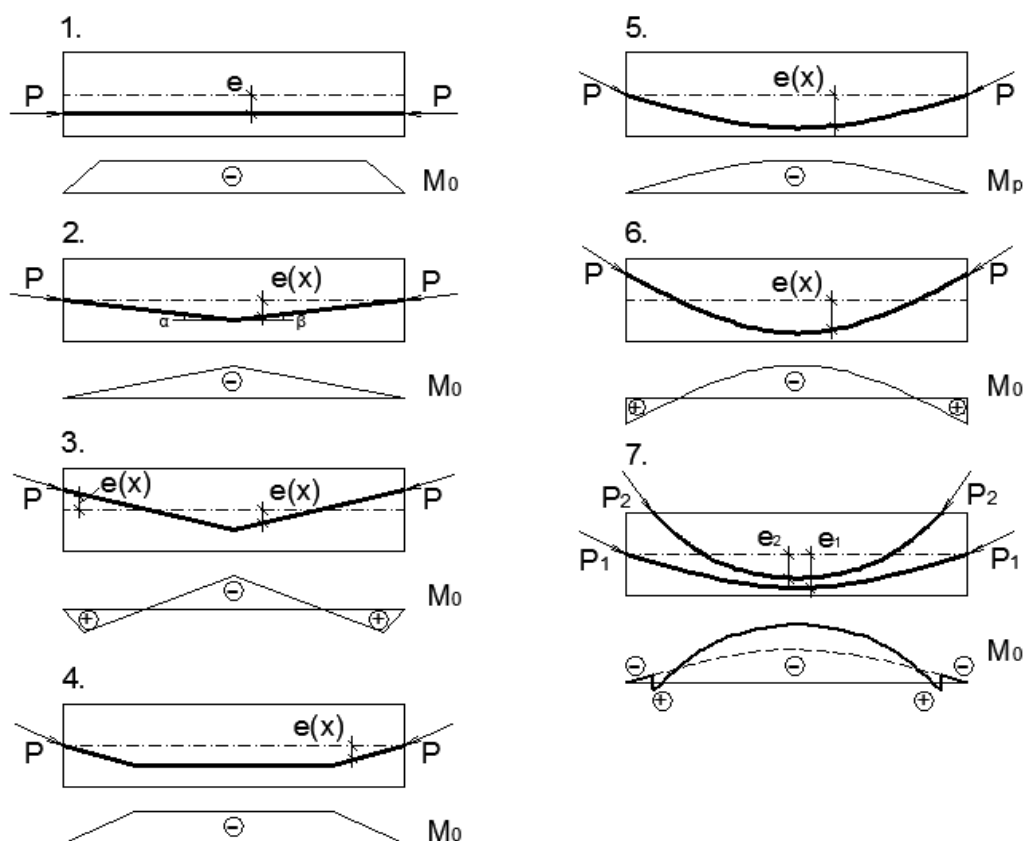
При него към елементите от основната система се прилага моментна диаграма, причинена от налягащата сила. Стойностите на моментите в произволно сечение  $M_0(x)$  се изчисляват като произведение от силата и ексцентрицитета, с който тя действа спрямо центъра на тежестта на сечението,

$$M_0(x) = P(x) e(x). \quad (5.1)$$

Във формула (5.1)  $P(x)$  е стойност на налягащата сила за сечение  $x$ . При разполагане на напрегнатата армировка по парабола, силата действа по тангентата към параболата и сключва ъгъл  $\alpha(x)$  с оста на елемента. В този случай точният израз за момента е:

$$M_0(x) = P(x) e(x) \cos \alpha(x). \quad (5.2)$$

Поради големите дължини на наляганите елементи и сравнително малките размери на ексцентрицитетите спрямо тях, ъгълът  $\alpha(x)$  е с малка стойност, рядко превишава  $12 - 15^\circ$ . Косинусът има стойности много близки до единица и с незначителна грешка може да бъде използвана опростената формула (5.1).



**Фигура 5.1** Случаи на разполагане на напрегащите елементи и моментни диаграми

Във формула (5.1)  $e(x)$  е разстоянието между центровете на тежестта на бетонното сечение и на напрегащите елементи. При напрегане на стенд (преди наливане на бетона) най-често ексцентрицитетът е постоянен за цялата дължина на елемента. С това се опростява изпълнението на елементите – фигура 5.1, случай 1. При постоянна стойност на напрегащата сила моментната диаграма е правоъгълник. В краищата на елемента диаграмата е скосена на разстояние закотвящата дължина, тъй като силата постепенно намалява до нула. При използване на изолирани въжета, в краищата на елемента силата е с променлива големина и диаграмата става стъпаловидна. Но и при изпълнение на стенд също може да бъде използван променлив ексцентрицитет, както е показано в случаи 2, 3 и 4. При тези варианти армировката се променя по начупен контур. Ако ексцентрицитетът сменя знака си, както е в случай 3, моментната диаграма ще бъде двузначна. При това в краищата на елемента моментът може да бъде със значителна големина.

Когато напрегането се извършва след бетониране, траекторията на напрегнатата армировка най-често е по квадратна парабола. Моментната диаграма има подобно очертание – фигура 5.1, случай 5. Напрегащата сила, приложена към края на елемента, е под наклон към оста на елемента и може да бъде представена с две компоненти – надлъжна и напречна, фигура 5.2. Те могат да бъдат изразени съответно:

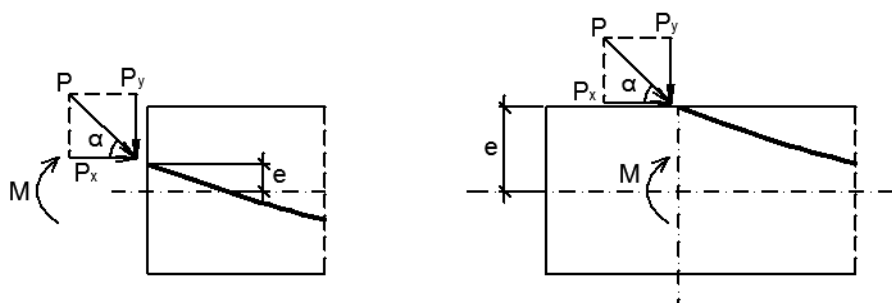
$$P_x = P \cdot \cos \alpha, \quad P_y = P \cdot \sin \alpha. \quad (5.3)$$

Поради това, че ъгълът е малък, както бе обяснено по-напред, може да бъде прието  $P_x = P$ . Огъващият момент в края на елемента ще бъде  $M = Pe$ .

При налягане след бетониране много често в един елемент се прилагат различни траектории на наляганатата арматура – фигура 5.1, случай 7. Тогава при определяне на момента трябва да бъде използвана сума или (5.1) получава вида:

$$M_0(x) = \sum P_i(x) e_i(x). \quad (5.4)$$

Във формула (5.4) с  $i$  е отбелязан номер на отделна траектория. Изразът (5.4) може да бъде сведен към (5.1), ако бъде използвана резултантна налягаща сила с един единствен ексцентрицитет.



**Фигура 5.2 Компоненти на налягащата сила в сеченията на заковяване**

### 5.1.2. Втори начин

При него към елементите от основната система биват прилагани еквивалентни товари, получени в резултат на действието на налягащата сила. Товарите могат да бъдат разпределени и концентрирани.

За криволинейно поставена наляганата арматура еквивалентният разпределен товар  $p_e(x)$  е:

$$p_e(x) = \frac{d^2 y}{dx^2} P(x) = \frac{1}{\rho} P(x). \quad (5.5)$$

При траектория на наляганатата арматура във вид на квадратна парабола от вида  $y = Ax^2 + Bx + C$  кривината  $1/\rho$  е постоянна по дължината и представлява

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2A \quad (5.6)$$

При постоянна налягаща сила по дължина на елемента, в (5.5) се замества  $P(x) = \text{const}$ , с някаква определена стойност. Ако силата е променлива, може да бъде приета осреднена стойност:

$$P(x) = 0,5(P_1 + P_2) = \text{const}. \quad (5.7)$$

$P_1$  и  $P_2$  представляват големините на налягащата сила в двата края на разглеждания участък от траекторията.

Формули (5.5) и (5.7) са валидни за части от траекторията с еднозначен радиус на кривината  $\rho$ , което означава, че кривата може да бъде или само вдлъбната или само изпъкнала спрямо оста на елемента без да съдържа инфлексни точки. При статически неопределими системи траекторията е съставена от различен брой криви, които биват разглеждани като отделни квадратни параболи, съединени една с друга в

инфлексните точки с условието ъгълът на наклона в точката да бъде еднакъв и за двете криви. Всяка от тях упражнява различен еквивалентен товар. Трябва да се има предвид, че този товар действа с посока от армировката към оста на елемента. Строго погледнато товарът е нормален към траекторията на армировката в точката, която е разглеждана. Компонентата на товара, действаща нормално към оста на елемента е:

$$p_e(x) \cos \alpha(x). \quad (5.8)$$

В последния израз  $\alpha(x)$  е ъгълът, който сключва тангентата в точка  $x$  на траекторията с оста на елемента. Поради малката големина на този ъгъл, може да бъде прието, че компонентата е равна на товара  $p_e(x)$ .

Когато напрегнатата армировка е разположена по няколко траектории, какъвто е случай 7 от фигура 5.1, за всяка траектория може да бъде определен отделен еквивалентен товар.

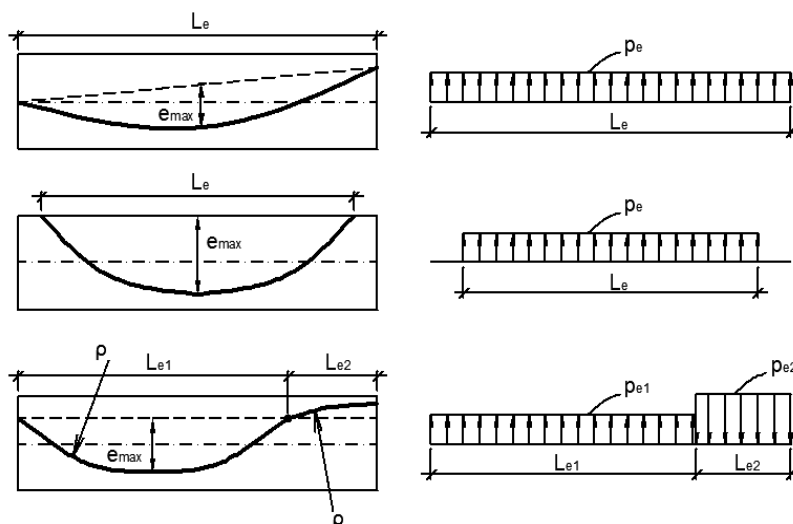
Съществува и друг начин за намиране на разпределения еквивалентен товар. Разглеждаме хордата между крайните точки на кривата като греда на две опори, натоварена с равномерно разпределен товар. Изразяваме максималния момент за тази греда при разстояние между опорите  $L_e$ .

$$M_{max} = 0,125 \cdot p_e \cdot L_e^2 = P \cdot e_{max}, \quad (5.9)$$

откъдето получаваме за еквивалентния товар:

$$p_e = \frac{8Pe_{max}}{L_e^2}. \quad (5.10)$$

В (5.10)  $e_{max}$  представлява най-големия ексцентрицитет, който е разстояние от хордата между крайните точки на разглежданата крива до върха на траекторията на напрегнатата армировка. За кривата важат същите условия: да бъде или само вдлъбната или само изпъкнала спрямо оста на елемента без да съдържа инфлексни точки. На фигура 5.3 са показани няколко случая за определяне на  $e_{max}$  и дължината  $L_e$ .



**Фигура 5.3 Определяне на максималния ексцентрицитет и дължината  $L_e$**

Ако силата  $P$  е променлива, може да бъде използвана средна стойност по (5.7).

При напрегната армировка, поставена по начупена линия, еквивалентният товар представлява концентрирани сили, приложени в чупките на армировката с посока от армировката към оста на елемента. Изчисляването на силите се извършва по формулата:

$$P_e = P(x)(\sin\alpha + \sin\beta), \quad (5.6)$$

в която  $P(x)$  е големина на напрегащата сила в сечение  $x$ , в което се намира чупката. Ъглите  $\alpha$  и  $\beta$  са между армировката и права, минаваща през върха на ъгъла и успоредна на оста на елемента – фигура 5.1, случай 2. Най-често  $\alpha = \beta$  или  $\alpha$  е приблизително колкото  $\beta$ . Силата  $P_e$  е насочена по ъглополовящата на ъгъла, сключен между двете рамена на армировката, съставляващ  $180^\circ - \alpha - \beta$ . Поради еднаквите стойности на ъглите  $\alpha$  и  $\beta$  обаче, силата може да бъде разглеждана като перпендикулярна на оста на елемента.

Ако едното рамо на армировката е успоредно на оста на елемента, а другото е наклонено, случай 4 от фигура 5.1, във формула (5.11) единият от ъглите ще бъде нулев. С малка неточност силата пак може да бъде приета нормална към оста на елемента.

Еквивалентния товар, бил той разпределен или концентриран, се прилага към елементите от основната система, за да бъде получена моментната диаграма от напрегането  $M_0(x)$ .

И при двата начина за представяне на ефектите от предварителното напрегане в крайните зони на елементите, където е закотвена напрегнатата армировка, трябва да бъдат заложили и компонентите на силата  $P_x$ ,  $P_y$  и огъващият момент  $M = P_x e$ , който е в резултат от тяхното действие. Ако закотвянето е в центъра на тежестта на сечението, няма да има момент.

Големината на напрегащата сила трябва да бъде определяна в зависимост от състоянието, при което е изчисляван елемента. Ако усилията се търсят за момента на напрегане, силата трябва да бъде взета със загубите от първа група, настъпващи веднага с прилагане на силата. При изчисляване в експлоатационно състояние, трябва да бъдат отразени загубите от първа и втора група, разгледани по-нататък.

## 6. Допълнителни указания към членове 5.10.4, 5.10.5 и 5.10.6. от БДС EN 1992-1-1 - [1]

### Указания

за определяне на загубите на напрежения в предварително напрегната армировка свързани с прилагането на членове **5.10.4**, **5.10.5** и **5.10.6** и определяне на напрежението в напрегащата армировка при нулева деформация на бетона на ниво ц.т. на армировката

### Общи бележки

Напрегаща сила  $P_{max}$  не остава с началната си стойност, а намалява в резултат на загуби на напрежение. Причините за спадането на предварително създаденото напрежение са различни. Те са обусловени от характерните физико-механични свойства на бетона и на високоякостната стомана, но зависят в значителна степен и от конструирането на елементите и технологията за изработването им. Влияние оказва и вида на външните въздействия, както и времето на прилагането им към елемента по време на експлоатацията.

От характеристиките на материалите, вложени в бетона, и от условията, при които втвърдява, както и от прилагането на топлинна обработка зависят два фактора – съсъхването и пълзенето, които влияят много съществено върху загубата на напрежение. Съпътстващ фактор е и срокът на отлежаване на бетона до прилагането на напрегащата сила.

Видът на напрегащата стомана от своя страна и технологията за изработването ѝ се отразява директно върху големината на релаксацията, разгледана в глава 3 - 3.3.2, от (4)Р до (9) от [1]. Топлинната обработка на елемента при втвърдяване на бетона ускорява релаксацията.

От начините за напрегане и закотвяне зависят други фактори, причиняващи загуби, като триене в отклоняващи устройства или в стените на каналите, приплъзване на клиновете в закотвящите устройства и смачкване. Последователността на напрегане на отделните въжета или снопове е причина за възникване на различни по големина загуби в тях.

Процесът на спадане на началното напрежение протича с различна скорост. Някои от загубите се осъществяват веднага след прилагане на напрегащата сила, други се проявяват в течение на голям период от време – дни или години. По тази причина загубите се делят на две групи:

първа група – загуби в момента на напрегане, определяни като „**начални**” и още като „**бързи**”;

втора група – загуби, зависещи от времето, осъществявани в продължителен период или „**бавни**”.

Първата група се използва при проверка на елемента за състояние на напрегане, когато в него действат напрегащата сила и собственото тегло. Втората група загуби, заедно с тези от първата, служат при проверка на елемента за състояние на експлоатация, когато той е подложен на въздействията, за които всъщност е предназначен.

### 6.1. Начални загуби на напрежение, настъпващи в момента на напрегане

#### 6.1.1. Напрегане преди бетониране

При определянето на началните загуби  $\Delta P_i(x)$  в сечение  $x$  на елемента могат да бъдат взети под внимание следните фактори:

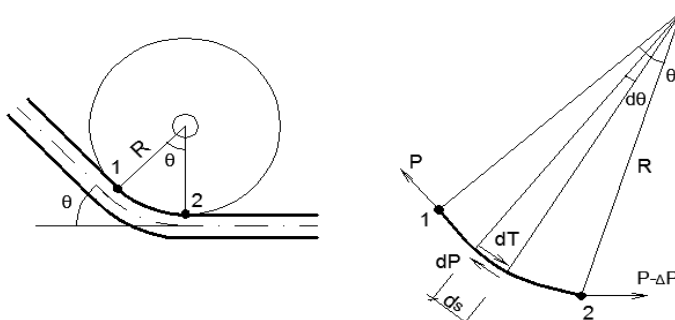
- деформации на опорите;
- триене в отклоняващи устройства  $\Delta P_{\mu}(x)$ ;
- деформации в закотвящите устройства  $\Delta P_{sl}$ ;
- пропарване (топлинна обработка на бетона)  $\Delta P_{\theta}$ , същевременно към загубата от релаксация се добавя еквивалентно време за топлинна обработка;
- кратковременна релаксация  $\Delta P_{rl}$ ;
- еластично деформиране на бетона  $\Delta P_{el}$ .

#### 6.1.1.1. Деформации на опорите

След достигане на определеното удължаване на напрегащите елементи (телове, въжета, пръти), те се закотвят върху стоманените конзоли, разположени в краищата на стенда. В следствие на приложената сила конзолите се огъват, което става причина постигнатото удължаване на напрегнатата стомана да бъде намалено. Загубата на напрежение е пропорционална на деформациите на конзолите. Тъй като обикновено те са с голяма коравина, загубата е много малка. По тази причина тя не се взема под внимание или се компенсира с пренапрягане – увеличаване на напрегащата сила спрямо получената по изчисление.

#### 6.1.1.2 Триене в отклоняващи устройства

При напрегане преди бетониране най-често армировката е разположена по права линия, което не е най-благоприятно за напрегнатото състояние на елемента, поради появата на големи отрицателни моменти в краищата му, които не могат да бъдат намалени в експлоатационно състояние. В много случаи, обаче, армировката е поставяна с чупки, както е показано на фигура 5.1, случаи 2, 3 и 4. Чупките в армировката се създават чрез специално предназначени отклоняващи устройства. При извършване на напрегането армировката, преминаваща над или под отклоняващите устройства, се удължава и се придвижва наляво или надясно в зависимост от края на стенда, където действат пресите. Силата на триене, възникваща между армировката и устройството, довежда до снижаване на напрегащата сила.



**Фигура 6.1 Отклоняващо устройство, ъгъл на промяна на посоката на напрегащия елемент и сили**

Отклоняващото устройство представлява стоманен цилиндър или ролка, неподвижни или въртящи се на ос или на лагери. Напрегащият елемент (тел, въже, сноп) се допира до цилиндъра по дъга, определяща централен ъгъл, равен на ъгъла, с който е променена посоката на напрегащия елемент – фигура 6.1. Силите на триене се развиват по тази дъга между точки 1 и 2. Ако напрегането (изтеглянето) се

извършва от лявата страна на въжето, за диференциален елемент с дължина  $ds$  силата на триене е:

$$dT = \mu p ds \quad (6.1)$$

Посоката на тази сила е надясно, тъй като движението на въжето е наляво. В (6.1) е означено следното:

$\mu$  – коефициент на триене;

$p$  – разпределен радиален товар,  $p = P/R$ ;

$R$  – радиуса на огъване;

$P$  – напрегаща сила, приета като променлива; началната стойност може да бъде  $P_{max}$  или друга по-малка в зависимост от това в кое сечение се определя загубата.

Изменението на силата  $P$  за същия диференциалния елемент е  $dP$ . Положителната посока на тази сила е както на  $P$ . Очевидно е, че можем да изразим  $dP$  по следния начин:

$$dP = -dT = -\mu ds P/R = -P \mu d\theta. \quad (6.2)$$

В (5.4) е заместено  $ds/R = d\theta$ .

В диференциалното уравнение (6.2) можем да разделим променливите:

$$\frac{dP}{P} = -\mu d\theta. \quad (6.3)$$

Частното решение при съответните граници е:

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = -\mu \int_0^\theta d\theta, \ln P_2 - \ln P_1 = -\mu\theta, \text{ или } \ln(P_2/P_1) = -\mu\theta. \quad (6.4)$$

От (6.4) изразяваме  $P_2$ :

$$P_2 = P_1 \cdot e^{-\mu\theta} \quad (6.5)$$

За снижението на силата на напрегане от точка 1 до точка 2 намираме:

$$\Delta P_\mu = P_1 - P_2 = P_1(1 - e^{-\mu\theta}) \quad (6.6)$$

Ако  $\mu\theta \leq 0.20$ , което е изпълнено в повечето случаи, тогава с незначителна грешка може да бъде прието  $e^{-\mu\theta} = 1 - \mu\theta$  и загубата е:

$$\Delta P_\mu = P_1 \mu\theta \quad (6.6,a)$$

В (6.6) и (6.6,a) коефициентът на триене е съгласно таблица 5.1 от [1]:

- за телове  $\mu = 0,25$ ;
- за въжета  $\mu = 0,24$ .

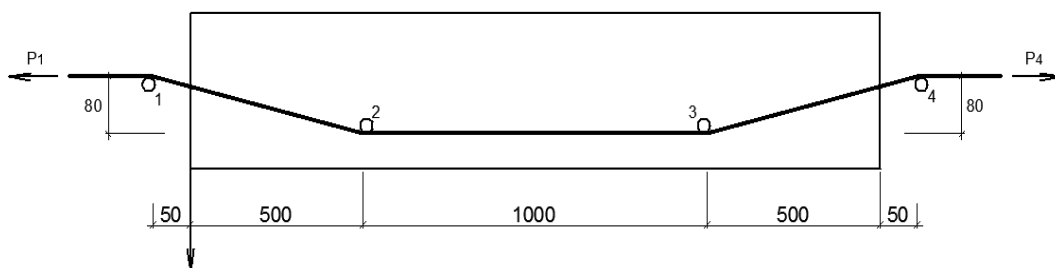
В (6.6) и (6.6,a) силата  $P_I$  може да бъде заменена с  $P_{max}$ .

Дадените стойности се отнасят за неподвижен цилиндър, върху който въжето се плъзга. Ако той е на ос с лагери, коефициентът на триене може да бъде намален до  $0,05 - 0,06$ , в отделни случаи и по-малък, но тези стойности подлежат на доказване за конкретните устройства.

При преминаване на въжето през няколко отклоняващи устройства, ще бъдат натрупани съответно няколко загуби и напрегащата сила по дължина на елемента ще бъде с различни стойности за отделните участъци между устройствата.

### Пример 6.1

За елемента, показан на фигура 6.2, да бъде намерена напрегащата сила по дължината в зависимост от отклоняващите устройства при условие, че в точка **1** тя е  $P_I = 1400 \text{ kN}$  и напрегането се извършва от лявата страна на елемента. Армировката е от високоякостни въжета и  $\mu = 0,24$ .



Фигура 6.2 Разполагане на напрегащите устройства и напрегащия елемент

В точка **1** ъгълът на промяна на посоката е  $\theta = 0,8/5,5 = 0,145 \text{ rad}$ .

Произведението  $\mu\theta = 0,24 \cdot 0,145 = 0,035 < 0,20$ . За загубата в точка **1** намираме  $\Delta P_{\mu 1} = 1400 \cdot 0,035 = 49 \text{ kN}$ .

От точка **1** до точка **2** силата ще бъде  $P_{1-2} = 1400 - 49 = 1351 \text{ kN}$ .

В следващите точки ъгълът е същият. Загубите и съответните намалени сили са:

- точка **2**  $\Delta P_{\mu 2} = 1351 \cdot 0,035 = 47,3 \text{ kN}$ ,  $P_{2-3} = 1351 - 47,3 = 1303,7 \text{ kN}$ ;
- точка **3**  $\Delta P_{\mu 3} = 1303,7 \cdot 0,035 = 45,6 \text{ kN}$ ,  $P_{3-4} = 1303,7 - 47,3 = 1251,1 \text{ kN}$ ;
- точка **4**  $\Delta P_{\mu 4} = 1251,1 \cdot 0,035 = 43,8 \text{ kN}$ ,  $P_4 = 1251,1 - 43,8 = 1207,3 \text{ kN}$ .

Общото намаляване на силата между точки **1** и **4** е **14%**. Това е само влиянието на отклоняващите устройства. Към загубите трябва да бъдат добавени и тези от другите фактори.

#### 6.1.1.3 Деформации в закотвящите устройства

След извършване на напрегането, когато е постигната определена сила или удължаване на армировката, тя трябва да остане в това състояние чрез закотвяне в опорните стоманени плочи. То се осъществява посредством вкарване на клинове в котвите или в отворите към опорната плоча, закрепена към конзолите, и притискане на въжетата или теловете. Този начин на закотвяне, който е най-широко прилаган, особено при напрегане преди бетониране, не осигурява абсолютна неподвижност на въжетата или теловете. При тях е възможно, макар и много малко, обратно движение. То се дължи на приплъзването им спрямо котвите, а при някои системи и на смачкване. Регламентираният размер на тази деформация е  $\delta = 6 - 8 \text{ mm}$  съгласно Европейското техническо одобрение. Приема се деформацията в закотвящите приспособления само за едната опора, така наречената активна опора, при която се

извършва напрегането. За другата опора (пасивната) загубата е компенсирана в момента на напрегането.

Загубата от деформации в закотвящите устройства се определя по формулата:

$$\Delta P_{sl} = \frac{E_p A_p \delta}{L}, \quad (6.7)$$

в която  $L$  е разстоянието между опорните плочи.

Тази загуба може да бъде компенсирана в процеса на напрегане с добавяне на допълнителна сила или съответното удължение.

#### 6.1.1.4 Пропарване (топлинна обработка) на бетона

Топлинната обработка се прилага за ускоряване на втвърдяването на бетона с цел намаляване на времето за производство на елементите. Разликата между температурите при наливането на бетона и при топлинната обработка, втората е доста по-висока, има като последица удължаване на стоманата и снижаване на напреженията в нея.

За определяне на загубата на напрежение разглеждаме елемент с дължина  $L$ , отлежаващ при създадена максимална температурна разлика  $\Delta T$ . Тъй като тази разлика е за сравнително кратък период, а не за цялото времетраене на нагряването, може да бъде приета осреднена стойност на максимална температурна разлика  $0,5\Delta T$ , която да се отнася за цялото време на отлежаване. При коефициент на линейно топлинно разширение  $\alpha_c$  удължаването на елемента ще бъде:

$$\Delta L = 0,5\Delta T\alpha_c L. \quad (6.7.1)$$

Съответстващата относителна деформация в армировката е:

$$\varepsilon_p = \Delta L/L = 0,5\Delta T\alpha_c. \quad (6.7.2)$$

Като умножим с еластичния модул на стоманата и сечението ѝ, получаваме израз за определяне на загубата на сила, имащ следния вид:

$$\Delta P_\theta = 0,5 A_p E_p \alpha_c (T_{max} - T_0), \quad (6.8)$$

в който  $A_p$  е площта на напречното сечение на напрегащата армировка;

$E_p$  - модул на еластичност на напрегащата армировка;

$\alpha_c = 0,00001$  - коефициент на линейно топлинно разширение за бетона;

$T_{max} - T_0$  - разлика  $\Delta T$  между максималната и началната температура на бетона в близост до напрегащата армировка в  $^{\circ}\text{C}$ .

В Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции, 1988 г. е препоръчано при липса на конкретни данни за топлинната обработка на бетона да бъде приемана минимална стойност на температурната разлика  $\Delta T = 65^{\circ}\text{C}$ .

Формула (6.8), не държи сметка за някои фактори, съпътстващи производството на елементите. Обикновено на един стенд се произвеждат едновременно по няколко елемента. За да бъде достигната бързо необходимата якост на бетона, при която може да бъде приложена напрегащата сила, елементите

биват покривани и нагрявани. Напрегнатата армировка е напрегната и закотвена между конзолите в краищата на стенда. Напрежението, което се губи при нагряване, зависи от дължината на стенда. По тази дължина, обаче, температурата на стоманата не е еднаква – една част от армировката е в бетона на елементите; друга част е извън бетона, но под покритието; трета част е оставена извън покритието и е изложена на атмосферните условия. Това означава, че стоманата не е нагрята с еднаква температура по цялата си дължина. Като вземат под внимание тези особености, *Barr*, *Stanton* и *Eberhard* от Вашингтонския университет предлагат по-точна формулировка за намиране на загуба на напрежение от нагряване, имаща вида:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_c E_p}{L_{bed}} [(T_{out} - T_0)L_{out} + (T_{in} - T_0)L_{in} + (T_g - T_0)L_g], \quad (6.8,a)$$

в който  $\Delta\sigma_p$  е спадът на напрежението;

$L_{bed}$  - дължина на стенда от опора до опора;

$T_{out}$  и  $L_{out}$  - температура и дължина на участъците от стоманата, които са при атмосферни условия;

$T_{in}$  и  $L_{in}$  - температура и дължина на участъците от стоманата, които са под покритието;

$T_g$  и  $L_g$  - температура и дължина на участъците от стоманата, които са в бетона;

$T_0$  – начална температура, при която е извършено напрегането.

#### 6.1.1.5 Кратковременна релаксация на стоманата

Преди да бъде предадена напрегащата сила върху елемента, армировката престоява в напрегнато състояние, закрепена на опорите. За времето, през което бетонът добива необходимата якост, в армировката настъпва кратковременна релаксация.

В [1] са определени три класа на стоманата по релаксация:

**клас 1:** телове или въжета – обикновена релаксация -  $\rho_{1000} = 8\%$ ;

**клас 2:** телове и въжета – ниска релаксация -  $\rho_{1000} = 2,5\%$ ;

**клас 3:** горещовалцувани и допълнително обработени пръти  $\rho_{1000} = 4\%$ .

Означението  $\rho_{1000}$  представлява загуба на напрежение от релаксация на стоманата в % за **1000 часа** след момента на напрегането при средна температура **20 °C** за начално напрежение, равно на  $0,7f_p$ , където  $f_p$  е действителната якост на опън на пробните тела от напрегаща стомана.

Стойностите на  $\rho_{1000}$  могат да бъдат приемани съгласно нормираните за отделните класове, показани по-напред, или да бъдат взети от сертификата на партидата.

Загубите на напрежение от релаксация за определено време  $t$  след напрегане могат да бъдат получени като отношение на изменението на напрежението към началното напрежение. Изчисляването се извършва по формулите 3.28 ÷ 3.29 от стандарта [1]:

$$\text{клас 1} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 5,39 \cdot \rho_{1000} e^{6,7\mu} \left( \frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}; \quad (6.8,b)$$

$$\text{клас 2} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 0,66\rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}; \quad (6.8,6)$$

$$\text{клас 3} \quad \frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_{pi}} = 1,98\rho_{1000} e^{8\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5}; \quad (6.8,6)$$

В (6.8,б) е означено:

$\Delta\sigma_{pr}$  - абсолютната стойност на загубите от релаксация;

$\sigma_{pi}$  - за налягане след бетониране  $\sigma_{pi}$  е абсолютната стойност на началното предварително налягане  $\sigma_{pi} = \sigma_{pm0}$ , за налягане преди бетониране  $\sigma_{pi}$  е максималното налягане, намалено с кратковременно протичащите загуби, възникващи по време на налягането;

$t$  - времето след налягане в часове;

$\mu = \sigma_{pi}/f_{pk}$ ,

$f_{pk}$  - характеристична стойност на якостта на опън на стоманата за предварително налягане;

$\rho_{1000}$  – замества се в проценти.

Крайните стойности на загубите от релаксация могат да бъдат оценени за време  $t$ , равно на **500 000 часа** (около 57 години).

Загубите от релаксация се влияят значително от температурата на стоманата. Когато се прилага топлинна обработка на бетона, например с пропарване за елементи, налягани преди бетонирането, трябва да бъде взет под внимание ефектът върху загубите от релаксация вследствие нарастването на температурата по време на отлежаването на бетона. Това става чрез увеличаване времето на релаксация  $t$  във формула (6.8,б) като се добавя еквивалентно време  $t_{eq}$ . То може да бъде определено по формулата:

$$t_{eq} = \frac{1,14(T_{max} - 20)}{T_{max} - 20} \sum_{i=1}^n (T_{(\Delta t_i)} - 20) \Delta t_i, \quad (6.8,в)$$

в която  $t_{eq}$  е еквивалентното време (в часове);

$T_{(\Delta t_i)}$  - температурата в  $^{\circ}\text{C}$  за интервала от време  $\Delta t_i$ ;

$T_{max}$  - максималната температурата в  $^{\circ}\text{C}$  по време на топлинната обработка;

$n$  - брой на интервалите, в които температурата е  $T_{(\Delta t_i)}$ .

Загубата на сила се намира чрез стойността на  $\Delta\sigma_{pr}$  по формулата:

$$\Delta P_{rl} = A_p \Delta\sigma_{pr}. \quad (6.9)$$

#### 6.1.1.6 Еластично деформиране на бетона

С прилагане на налягащата сила върху елемента, в него възниква значителна надлъжна натискава сила, придружена с огъващ момент от нецентричното ѝ действие. Бетонът на нивото на напрегнатата армировка се скъсява, а заедно с него – и стоманата, което е предпоставка за загуба на налягане. Точното определяне на загубата е усложнено. Причината за това е двустранното взаимно влияние между бетона и стоманата – намаляването на налягащата сила има като последица намаляване на деформациите в бетона, което от своя страна води до намаляване на

загубата. Точното ѝ изчисляване става чрез итерационна процедура. За практически цели се прилагат приблизителни, но достатъчно точни методи, които са разгледани по-нататък.

Напрягащата сила  $P_{m0,in}$ , която се използва за определяне на загубата от еластично деформиране на бетона, е разликата между началната сила и загубите, осъществени до момента на предаване на напрягащата сила върху бетона:

$$P_{m0,in} = P_{\max} - \Delta P_{\mu} - \Delta P_{sl} - \Delta P_{\theta} - \Delta P_{rl} \quad (6.10)$$

В (6.10) трябва да бъдат начислени тези от загубите, които присъстват в конкретния случай.

Стойността  $P_{m0,in}$  ще бъде сведена до  $P_{m0}$  в следствие на загубата от еластична деформация на бетона. При ексцентрицитет  $e$ , с който действа напрягащата сила  $P_{m0,in}$  спрямо центъра на тежестта на сечението, напрежението в бетонното влакно на нивото на центъра на тежестта на напрегнатата армировка е:

$$\sigma_c = \frac{P_{m0,in}}{A} + \frac{P_{m0,in}e}{I}, \quad (6.11)$$

а относителната деформация на бетона за същото влакно е:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{cm}(t)} = \frac{P_{m0,in}}{AE_{cm}(t)} + \frac{P_{m0,in}e}{IE_{cm}(t)} = \frac{P_{m0,in}}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right). \quad (6.12)$$

В (6.12)  $E_{cm}(t)$  е секущ модул на еластичност на бетона за времето  $t$ , след което става предаване на напрягащата сила върху бетона. С  $A$  и  $I$  са означени съответно площ и инерционен момент на напречното сечение на елемента. В по-нататъшните извеждания  $A_p$  и  $E_p$  са напречно сечение и еластичен модул на напрегнатата армировка.

Относителната деформация на напрегнатата армировка  $\Delta\varepsilon_p$  вследствие на загубата на напрежение, причинена от деформацията на бетона, е:

$$\Delta\varepsilon_p = \frac{\Delta P_{el}}{A_p E_p}. \quad (6.13)$$

Тя трябва да бъде равна на деформацията в бетона  $\varepsilon_c$  на нивото на центъра на тежестта на напрегнатата армировка по (6.12), но намалена с обратната по знак деформация в същото влакно, дължаща се на спада на напрежението в напрегнатата армировка. Тази обратна деформация се определя за сила  $\Delta P_{el}$ . Тя предизвиква натиск в армировката и опън в бетонното влакно. С нея ще бъде коригирана деформацията по (6.12), която става:

$$\varepsilon_c = \frac{P_{m0,in}}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right) - \frac{\Delta P_{el}}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right). \quad (6.14)$$

Като изразим равенството на деформациите по (6.13) и (6.14) получаваме уравнение за неизвестната стойност на  $\Delta P_{el}$ :

$$\frac{\Delta P_{el}}{A_p E_p} = \frac{P_{m0,in}}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right) - \frac{\Delta P_{el}}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right). \quad (6.15)$$

Преработваме (6.15) по следния начин:

$$\Delta P_{el} = P_{m0,in} \frac{A_p E_p}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right) - \Delta P_{el} \frac{A_p E_p}{AE_{cm}(t)} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right) = P_{m0,in} \chi - \Delta P_{el} \chi. \quad (6.16)$$

В (6.16) коефициентът  $\chi$  представлява:

$$\chi = \alpha(t) \rho_p \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right), \quad (6.17)$$

$\alpha(t) = \frac{E_p}{E_{cm}(t)}$ ,  $\rho_p = \frac{A_p}{A}$ , - коефициент на армиране за напрегнатата армировка.

Окончателно за  $\Delta P_{el}$  получаваме:

$$\Delta P_{el} = P_{m0,in} \frac{\chi}{1 + \chi}. \quad (6.18)$$

Загубата по (6.18) е получена без да бъде взето под внимание влиянието на собственото тегло на елемента. Неговият принос към (6.11) е напрежението на опън в бетонното влакно, намиращо се на нивото на центъра на тежестта на напрегнатата армировка:

$$\sigma_{cG} = -\frac{M_G}{I} e. \quad (6.19)$$

В (6.19)  $M_G$  представлява огъващ момент от собствено тегло (или собствено тегло и постоянен товар, присъстващ в момента на налягане) в разглежданото сечение. При участие на този момент загубата ще бъде с по-малка стойност, но разликата няма да бъде голяма. По същия ред на извеждане за загубата при участие на собственото тегло се получава изразът:

$$\Delta P_{el} = P_{m0,in} \frac{\chi}{1 + \chi} - \frac{M_G e \alpha(t) A_p}{I(1 + \chi)}. \quad (6.20)$$

В нормативни документи на **САЩ (ACI – 318-08, ACI – 318-11 и AASHTO)** за загубата от еластично деформиране на бетона е предложена опростената формула:

$$\Delta P_{el} = \sigma_c \frac{E_p A_p}{E_{cm}(t)} = \sigma_c \alpha(t) A_p, \quad (6.21)$$

в която  $\sigma_c$  е напрежение в бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка, определяно с израз:

$$\sigma_c = 0,9 \left( \frac{P_{m0,in}}{A} + \frac{P_{m0,in} e}{I} \right) - \frac{M_G}{I} e. \quad (6.22)$$

Напрежението на бетона  $\sigma_c$  по формула (6.22), участващо в (6.21), е умножено с коефициент **0,90**, с който се взема под внимание намаляването на деформацията в бетона вследствие на загубата на напрежение. Прието е, че намалението е **10%**.

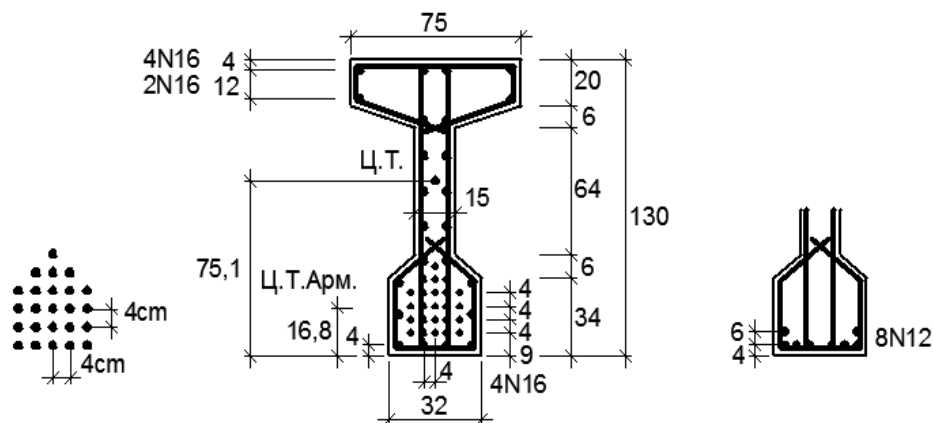
По формула (6.22) се получават стойности на загубата, много близки до тези, изчислени по (6.20).

Независимо от това коя от двете формули ще бъде използвана, трябва да се има предвид, че загубата от еластична деформация на бетона се отнася за определено сечение в елемента. Тя зависи от размера на напрегащата сила, ексцентрицитета, параметрите на сечението и огъващия момент от собствено тегло.

### Пример 6.2 – начални загуби при двойно Т сечение с напрегане преди бетониране

Целта е да бъдат определени началните загуби за стоманобетонна греда с дължина **20 метра** и напречно сечение, показано на фигура 6.3. Стендът е с дължина **65 метра**. Напрегащата армировка е праволинейна.

Бетонът е клас **C40/50** с  $E_{cm} = 35\,000\text{ MPa}$ .



Фигура 6.3 Напречно сечение и армировка

Прилага се топлинна обработка на бетона в продължение на **18 часа** при максимална температурна разлика  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ ,  $T_{max} = 70^\circ\text{C}$ . Напрегането се осъществява след отлежаване на бетона от **4 дни**.

Бетонно сечение:

площ  $A = 3\,960\text{ cm}^2$ ;

инерционен момент  $I = 7,69 \cdot 10^6\text{ cm}^4$ ;

разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на бетонното сечение **75,1 cm**;

разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на напрегнатата армировка **16,8 cm**.

Напрегната армировка:

високоякостни въжета клас **Y1860S7** общо **24 броя**, поставени през **4 cm** в хоризонтална и вертикална посока;

еластичен модул  $E_p = 195\,000\text{ MPa}$  ( $19\,500\text{ kN/cm}^2$ );

$\rho_{1000} = 2,5\%$  за клас 2 по релаксация;

напречно сечение на едно въже  $A_p = 0,93\text{ cm}^2$ , общо сечение  $A_p = 22,3\text{ cm}^2$ ;

максимално опънно напрежение  $f_{pk} = 1\,860\text{ MPa}$ ;

условна граница на провлачане  $f_{p0,1k} = 1\,640\text{ MPa}$ ;

максималното напрежение при налягане по:

$$\sigma_{p, max} \leq 0,80 f_{pk} = 0,8 \cdot 1860 = 1488 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{p, max} \leq 0,90 f_{p0,1k} = 0,9 \cdot 1640 = 1476 \text{ MPa},$$

приемаме  $\sigma_{p, max} = 1476 \text{ MPa} (147,6 \text{ kN/cm}^2)$ .

Началната налягаща сила е:

$$P_{max} = 22,3 \cdot 147,6 = 3291 \text{ kN}.$$

Загуба от заковането при  $\delta = 6 \text{ mm}$ .

Прилагаме (6.7):

$$\Delta P_{sl} = 19500 \cdot 22,3 \cdot 6 / 65000 = 40,1 \text{ kN}.$$

Загуба от топлинна обработка на бетона

Използваме (6.8) и получаваме:

$$\Delta P_{\theta} = 0,5 \cdot 22,3 \cdot 19500 \cdot 0,00001 \cdot 50 = 108,7 \text{ kN}.$$

Загуба от кратковременна релаксация на стоманата

Приемаме, че по време на топлинната обработка температурата е постоянна и равна на половината от максималната за **18 часовото** нагряване. По (10.2) от [1] или по (6.8,б) от настоящето приложение изчисляваме еквивалентното време:

$$t_{eq} = \frac{1,14^{(70-20)}}{70-20} (35-20)18 = 3781 \text{ часа}.$$

Общото време за определяне на релаксацията става:

$$t = 4,24 + 3781 = 3777 \text{ часа}.$$

Налягащата сила с приспадане на първите загуби без релаксацията е:

$$P_{max} - \Delta P_{sl} - \Delta P_{\theta} = 3291 - 40,1 - 108,7 = 3142,2 \text{ kN}.$$

Напрежението след загубите без тези от релаксация на стоманата е:

$$\sigma_{pi} = 3142,2 / 22,3 = 140,9 \text{ kN/cm}^2 (1409 \text{ MPa}).$$

Коефициентът  $\mu$  в (6.8,б) за **клас 2** по релаксация е:

$$\mu = \sigma_{pi} / f_{pk} = 1409 / 1860 = 0,76.$$

Загубата на напрежение от релаксация до момента на предаване на налягащата сила на бетона по (6.8,б) е:

$$\Delta\sigma_{pr} = 1409.0,66.2,5 e^{9,1*0,76} \left( \frac{3877}{1000} \right)^{0,75(1-0,76)} 10^{-5} = 29,9 \text{ МПа.}$$

След приспадане на загубата от релаксация напрежението става:

$$\sigma_{m0,in} = 1409 - 29,9 = 1379 \text{ МПа.}$$

Това напрежение не трябва да превишава границите:

$$0,75 f_{pk} = 0,75.1860 = 1395 \text{ МПа;}$$

$$0,85 f_{p0,1k} = 0,85.1640 = 1394 \text{ МПа.}$$

Очевидно тези изисквания са спазени.

Напрягащата сила, която ще действа върху бетона, е:

$$P_{m0,in} = 137,9.22,3 = 3075 \text{ kN.}$$

#### Загуба от еластична деформация на бетона

За да определим коефициента  $\chi$  ни е необходим  $E_{cm}(t)$  при четириднешно отлежаване на бетона. С тази цел извършваме следните изчисления:

при  $t = 4$  и  $s = 0,25$  за цимент с клас N:

$$\beta_{cc}(4) = e^{0,25(1-\sqrt{28/4})} = 0,66;$$

за предвидения клас на бетона  $f_{cm} = 40 + 8 = 48 \text{ МПа}$  и за  $t = 4$  дни:

$$f_{cm}(4) = 0,66.48 = 31,8 \text{ МПа;}$$

топлинната обработка осигурява, обаче, на четвъртия ден опитно доказана якост  $f_{cmp} = 46 \text{ МПа}$ ,

$$f_{cm}(4) = f_{cmp} = 46 \text{ МПа;}$$

по (3.5) от [1] определяме еластичния модул на бетона в момента на налягане:

$$E_{cm}(4) = (46/48)^{0,3} . 35000 = 34550 \text{ МПа.}$$

Отношението на еластичните модули е:

$$\alpha(t) = \frac{E_p}{E_{cm}(3)} = \frac{195\,000}{34\,550} = 5,64.$$

Коефициентът на армиране за напрегнатата армировка е:

$$\rho_p = 22,3/3960 = 0,0056.$$

Ексцентрицитетът на напрегнатата армировка спрямо центъра на тежестта на бетонното сечение е:

$$e = 75,1 - 16,8 = 58,3 \text{ cm.}$$

По (6.17) определяме коефициента:

$$\chi = 5,64 \cdot 0,0056(1 + 3960 \cdot 58,3^2 / 7,69 \cdot 10^6) = 0,087.$$

Ако не вземаме под внимание собственото тегло на елемента, загубата от еластична деформация е:

$$\Delta P_{el} = P_{m0,in} \frac{\chi}{1 + \chi} = \frac{3075 \cdot 0,087}{(1 + 0,087)} = 246 \text{ kN.}$$

За сравнение ще бъде определена загубата в средното сечение на елемента с вземане под внимание собственото тегло.

При обемно тегло на бетона  $25 \text{ kN/m}^3$  собственото тегло е  $g = 0,396 \cdot 25 = 9,9 \text{ kN/m}$ . За средното сечение:

$$M_G = 0,125 \cdot 20^2 \cdot 9,9 = 495 \text{ kNm} = 49500 \text{ kNcm.}$$

По (6.20) приносът на собственото тегло към загубата на сила е:

$$\Delta P_{el} = \frac{49500 \cdot 58,3 \cdot 6,49 \cdot 22,3}{7,69 \cdot 10^6 (1 + 0,087)} = 50,0 \text{ kN.}$$

Загубата, изчислена с участие на собственото тегло, е:

$$\Delta P_{el} = 246 - 50,0 = 196 \text{ kN.}$$

Собственото тегло снижава загубата от еластична деформация с **20 %**.

#### Загубата от еластична деформация по (6.21)

Определяме я за средното сечение на елемента с приноса на собственото тегло:

- напрежение на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка по (6.22):

$$\sigma_c = 0,9 \left( \frac{3075}{3960} + \frac{3075 \cdot 58,3^2}{7,69 \cdot 10^6} \right) - \frac{49500 \cdot 58,3}{7,69 \cdot 10^6} = 1,55 \text{ kN/cm}^2;$$

- загуба на сила:

$$\Delta P_{el} = 1,55 \cdot 5,64 \cdot 22,3 = 195 \text{ kN/cm}^2.$$

Разликата между загубите, намерени по (6.20) и (6.21), е **0,5 %**.

Напрягащата сила в средното сечение след начисляване на всички кратковременни загуби е:

$$P_{m0} = 3075 - 196 = 2879 \text{ kN.}$$

Проверката на напреженията в бетона след извършване на налягането при  $r_{sup} = 1,05$  показва следното:

- горен ръб:

$$\sigma_{cs} = 1,05 \cdot 2879 \left( \frac{1}{3960} - \frac{58,3 \cdot 54,9}{7,69 \cdot 10^6} \right) + \frac{49500 \cdot 54,9}{7,69 \cdot 10^6} = - 0,14 \text{ kN/cm}^2 ;$$

- долен ръб:

$$\sigma_{ci} = 1,05 \cdot 2879 \left( \frac{1}{3960} + \frac{58,3 \cdot 75,1}{7,69 \cdot 10^6} \right) - \frac{49500 \cdot 75,1}{7,69 \cdot 10^6} = 2,00 \text{ kN/cm}^2 < 0,6 f_{ck}(4) = 0,6 \cdot 3,8 = 2,28 \text{ kN/cm}^2$$

Напрежението в горния ръб е опънно. То е по-малко от средната опънна якост на бетона при **4 дневно** отлежаване, която се определя по формула (3.4) от глава 3 на [1] при  $\alpha = 1,0$  за възраст на бетона, непревишаваща **28 дни**, и  $f_{ctm} = 0,35 \text{ kN/cm}^2$

$$f_{ctm}(4) = (\beta_{cc}(4))^\alpha f_{ctm} = 0,66 \cdot 0,35 = 0,23 \text{ kN/cm}^2.$$

### 6.1.2 Налягане след бетониране

Началните загуби  $\Delta P_i(x)$  в сечение  $x$  на елемента зависят от следните фактори:

- еластична деформация на бетона  $\Delta P_{el}$ ;
- триене в каналите  $\Delta P_{\mu}(x)$ ;
- деформации на закотвящите устройства  $\Delta P_{sl}$ .

Загубите се определят за конкретно сечение  $x$ . При налягане след бетониране напрегнатата армировка има различно положение в напречните сечения по дължина на елемента и това е предпоставка за съществена разлика в загубите при отделните сечения.

Първите два фактора се проявяват едновременно и се влияят един от друг. Триенето снижава налягащата сила по дължината на елемента и с това допринася за по-малка деформация на бетона, което е предпоставка за по-малка загуба от този фактор. Третият вид загуба се осъществява след като е достигнатата изискваната големина на налягащата сила, което може да бъде установено по измервателните уреди на пресата или по измереното удължаване на налягащия елемент. В този смисъл третият фактор се задейства след първите два. Независимо от това, обаче, той също допринася за снижаване на деформациите в бетона и с това - за намаляване на загубата от първия фактор.

#### 6.1.2.1 Еластична деформация на бетона

Настъпва в момента на осъществяване на налягането. Ако едновременно се налягат всички елементи (телове, въжета, снопове), загуба от еластична деформация няма да има, защото ефектът от настъпващата деформация на бетона е компенсиран автоматично от увеличаващата се сила в пресата.

При неедновременно налягане на елементите, в тези от тях, които са напрегнати преди другите, ще бъде проявена деформация на бетона, предизвикваща загуба на налягане. Тя ще бъде различна за всяка група елементи. В първите по реда на налягането загубата ще бъде най-голяма, а в последните – нулева.

При осъществяване на загубата от еластична деформация напрегнатата армировка работи без сцепление с бетона, тъй като каналите все още не са инжектирани. Ако бъдат използвани гресири въжета, процедурата по инжектирането на каналите изобщо не е необходима. Поради липсата на сцепление,

не може да се очаква бетонът и стоманата на определено ниво в сечението да имат еднакви деформации. По тази причина загубата от еластична деформация в момента на налягането трябва да бъде изчислявана за средни деформации по дължина на елемента или за дължина между точките на закрепване. Връзката между деформациите и напреженията се определя с израза:

$$\Delta\sigma_{pm} = \Delta\sigma_{cm} \frac{E_p}{E_{cm}(t)}, \quad (6.23)$$

в който  $\Delta\sigma_{pm}$  е средна разлика (спад) на напрежението в напрегнатата армировка;

$\Delta\sigma_{cm}$  - средна разлика в напрежението на бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка, определя се за действие на налягащата сила със средна стойност по дължина на елемента и за собственото тегло;

ако няма начално напрежение от други въздействия, може да бъде прието  $\Delta\sigma_{cm} = \sigma_{cm}$ ;

$E_{cm}(t)$  - текущ модул на еластичност на бетона за времето  $t$ , след което става предаване на налягащата сила върху бетона.

Ако налягането се извършва последователно с еднакви по големина сили на  $n$  броя групи, всяка от тях със сечение  $A_p/n$ , намаляването на напрежението за група  $i$  ще бъде:

$$\frac{n-i}{n} \Delta\sigma_p. \quad (6.24)$$

Индексът  $i$  в (6.24) показва реда за налягане: за първата група  $i = 1$ , за последната група  $i = n$ . От (6.24) се вижда, че при последната група няма да има загуби.

Общата загуба на сила е:

$$\Delta P_{el} = \sum_{i=1}^n \frac{n-i}{n} \Delta\sigma_p \frac{A_p}{n} = \Delta\sigma_p \frac{A_p}{n^2} \sum_{i=1}^n (n-i). \quad (6.25)$$

Сумирането на числовия ред при първи член  $n - 1$  и последен член  $1$  за общ брой на членовете  $n - 1$  дава стойността:

$$\frac{n(n-1)}{2}. \quad (6.25a)$$

Заместваме  $\Delta\sigma_p$  от (6.23) в (6.25) и получаваме загубата:

$$\Delta P_{el} = \frac{n-1}{2n} \sigma_c \frac{E_p A_p}{E_{cm}(t)}. \quad (6.26)$$

При голям брой на групите:

$$\frac{n-1}{2n} \approx 0,5. \quad (6.26a)$$

В нормативни документи на САЩ вместо (6.26) е използвана опростената формула:

$$\Delta P_{el} = 0,5 \sigma_c \frac{E_p A_p}{E_{cm}(t)}, \quad (6.27)$$

за която се посочва, че при различни по площ сечения на напрегнатата армировка в отделните групи коефициентът **0,5** може да приеме и по-малки стойности. В бюлетин №31 на **CEB – FIP** е предложена същата формула (6.27) и е показано възможното най-опростено определяне на напрежението в бетона, отнасящо се обаче за плочи:

$$\sigma_c = P_{max}/A. \quad (6.28)$$

В горната формула с **A** е означена площта на бетонното сечение.

По-точното изчисляване на напрежението в бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка може да бъде извършено по формулата:

$$\sigma_c = \frac{P_{max} - \Delta P_{\mu} - \Delta P_{sl}}{A} + \frac{(P_{max} - \Delta P_{\mu} - \Delta P_{sl})e - M_G}{I} \cdot e, \quad (6.29)$$

в която  $\Delta P_{\mu}$  и  $\Delta P_{sl}$  са загуби от триене в каналите и от деформации в заковящите устройства;

**A** и **I** - площ и инерционен момент на бетонното сечение;

**e** – разстояние между центровете на тежестта на бетонното сечение и на напрегнатата армировка;

**M<sub>G</sub>** – момент от собствено тегло на елемента.

Стойностите на  $\Delta P_{\mu}$  и  $\Delta P_{sl}$  са променливи по дължина на елемента, така че изчисляването на напрежението в бетона по (6.29) се отнася за определено сечение. Ако те не бъдат взети под внимание, загубата по (6.27) ще бъде по-голяма, което е в посока на сигурността при проверка на елемента за експлоатационно състояние.

За случаите, при които напречните сечения на отделните групи напрегащи елементи са с различаващи се площи, което означава и разлики в големините на напрегащите сили, които се прилагат, в [1] е предложена приблизителна формула за изчисляване на средната загуба за всички напрегащи елементи:

$$\Delta P_{el} = A_p E_p \sum_1^n \frac{j \Delta \sigma_{ci}(t)}{E_{cm}(t)}, \quad (6.30)$$

в която  $\Delta \sigma_{ci}(t)$  е промяната на напрежението в бетона, определено за центъра на тежестта на напрегащата армировка от група **i** за време **t**;

**n** – общ брой на групите напрегащи елементи;

**j** - коефициент, който се приема равен на:

$(m - 1)/2m$ , където **m** е броят на напрегащите елементи, които вече са напрегнати; за приблизително изчисление **j** може да бъде приет **0,5**;

**j = 1,0** за промените на  $\sigma_{ci}$ , дължащи се на постоянни въздействия, приложени след напрегането.

За брой на напрегнатите елементи, равен на броя на всички групи или  $m = n$ , формула (6.30) е идентична с формула (6.26).

Когато групите от напрегащи елементи с различни сечения са разположени по значително различаващи се траектории, точното определяне на загубата може да бъде извършено за всяка група отделно при конкретно изчисляване на разликата в напрежението на бетона  $\Delta\sigma_c$  при вземане под внимание реда на налягане. За извеждане на формулата за загуба на напрежение в този случай ще бъдат разгледани първите две групи напрегащи елементи:

**група 1** – напрегаща сила  $P_{max,1}$ , траектория  $e_1(x)$ , представляваща разстояние от центъра на тежестта на бетонното сечение до центъра на тежестта на сечението  $A_1$  във функция на разстоянието  $x$  от началото на елемента до разглежданото сечение;

**група 2** – напрегаща сила  $P_{max,2}$ , траектория  $e_2(x)$ , сечение  $A_2$ , напрегната след **група 1**.

В сечение  $x$  прираста на напрежението в бетона на ниво центъра на тежестта на сечението  $A_1$ , получено вследствие налягането на **група 2**, е:

$$\Delta\sigma_{c1}(x) = \frac{P_{max,2}}{A} + \frac{P_{max,2}e_2(x)}{I}e_{1x}. \quad (6.31)$$

Средната стойност на това напрежение за цялата дължина на елемента  $L$ , създадено от налягането на **група 2**, е:

$$\Delta\sigma_{cm1} = \frac{1}{L} \int_0^L \Delta\sigma_{c1}(x).dx = \frac{P_{max,2}}{A} + \frac{P_{max,2}}{LI} \int_0^L e_1(x).e_2(x).dx. \quad (6.32)$$

Интегрирането на произведението от двете функции  $e_1(x)$  и  $e_2(x)$  в (6.32) може да бъде извършено много лесно, ако бъде ползвано правилото на **Верещагин**, така както се прилага за получаване на коефициентите в каноничните уравнения на силовия метод или при изчисляване на деформациите с интеграла на **Максвел-Мор**. Правилото определя интеграла от произведението на двете функции като произведение от площта, заключена между първата крива и хоризонталната ос, и ординатата от втората функция, намираща се под центъра на тежестта на площта от първата функция. Извеждането на правилото е направено при предпоставка, че втората диаграма е праволинейна. Когато и двете функции представляват квадратни или кубични параболи, се допуска използване на правилото, но с коефициенти, определени чрез интегриране. Такива стойности са представени от **проф. Алекси Квартирников** в „**Строителна статика**“, 1964 г по **Bürgermeister** и **Bayer**. Понеже траекториите са с малка кривина, отделни части от диаграмите могат да бъдат апроксимирани с триъгълници или трапеци с голяма степен на точност. Ако траекториите на армировките имат участъци под и над линията на центъра на тежестта на сечението, при умножаване на диаграмите ще има членове с положителен и с отрицателен знак, по аналогия с моментните диаграми.

При сложни функции или променливо сечение може да бъде прилагано числено интегриране по **Симпсон**.

За всяка следваща напрегната група  $i$  към напрежението, определяно за първа група по (6.32), трябва да бъде добавяна средна разлика, изчислявана за  $P_{\max,i}$  и  $e_i(x)$ . Окончателната формула за напрежението в тази група добива вида:

$$\Delta\sigma_{cm1} = \sum_{i=2}^n \left[ \frac{P_{\max,i}}{A} + \frac{P_{\max,i}}{LI} \int_0^L e_1(x) e_i(x) dx \right]. \quad (6.33)$$

В (6.33) сумирането е от втората напрегната група до последната  $n$ -та група.

Съответно за втората напрегната група разликата в напрежението на бетона, създадена от следващите групи по реда на напрегането, е:

$$\Delta\sigma_{cm2} \sum_{i=3}^n \left[ \frac{P_{\max,i}}{A} + \frac{P_{\max,i}}{LI} \int_0^L e_2(x) e_i(x) dx \right]. \quad (6.33.1)$$

Сумирането е от третата напрегната група до последната  $n$ -та група.

По същия начин се изчислява разликата в напрежението на бетона за ниво център на тежестта на всяка следващата група.

Когато траекториите на напрегащите елементи са близо една до друга, може да бъде приет общ център на тежестта и да бъде използвана формула (6.26) или (6.30). При значително различаващи се траектории точното определяне на напреженията в бетона трябва да бъде извършено по (6.33), след което по (6.23) да бъде намерена разликата в напрежението за напрегнатата армировка при конкретната група. Загубата на напрегаща сила за тази група е произведението от напречното сечение и разликата в напрежението.

Когато траекторията на група от армировката е по-сложна и включва няколко параболи, интегрирането в (6.33) може да бъде извършено и по отделни участъци на брой  $m$ , но средното напрежение ще бъде определено пак за цялата дължина на елемента. За първата напрегната група формула (6.33) добива вида:

$$\Delta\sigma_{cm1} \sum_{i=2}^n \left[ \frac{P_{\max,i}}{A} + \frac{P_{\max,i}}{LI} \sum_m \int_0^{L_k} e_1(x) e_i(x) dx \right], \quad (6.33,a)$$

в който  $L_k$  е дължина на *участък*  $k$ ,  $k$  приема стойности от 1 до  $m$ ;

$m$  – общ брой на участъците в група  $i$ .

За следващите групи по реда на напрегането в (6.33,a) се променя броят на събираемите в скобите. За втора група той става от 3 до  $n$  като в интеграла произведението е  $e_2(x) \cdot e_i(x)$ ; за трета група – от 4 до  $n$  като в интеграла произведението е  $e_3(x) \cdot e_i(x)$  и по този начин се процедира до предпоследната група. В последната група няма да има разлика в напрежението на бетона за центъра на тежестта на армировката или  $\Delta\sigma_{cmn} = 0$ . Загубата на сила при напрегане на последната група е компенсирана в момента на напрегането.

Собственото тегло снижава напреженията в бетона на нивото на напрегащите елементи и по този начин допринася за намаляване на загубата. Приносът на собственото тегло към напрежението на бетона в сечение  $x$ , отнасящо се за траекторията на група  $i$ , може да бъде изчислен с формулата:

$$\sigma_{cG}(x) = -\frac{M_G(x)}{I} e_i(x). \quad (6.34)$$

Средното напрежение в бетона за цялата дължина на елемента при група  $i$  е:

$$\sigma_{cmG} = -\frac{1}{LI} \int_0^L M_G(x) e_i(x) dx. \quad (6.35)$$

Отрицателният знак пред израза в (6.34) и (6.35) указва, че напрежението е опънно.

За интегрирането в (6.35) важи казаното по-напред. Използва се правилото за умножаване на диаграмите – едната е от собствено тегло, а другата – разстоянията на точките от траекторията на група  $i$  до линията на центъра на тежестта на сечението.

### **Пример 6.3 –загуби от еластична деформация при Т сечение с различаващи се траектории на групите напрегащата армировка**

Използван е елементът от фигура 6.4. Напрягането се извършва след бетониране при отлежаване **6 дни**.

Бетонът е **клас C40/50**.

Характеристиките на стомана за напрегане **Y1860S7** са:

- максимално опънно напрежение  $f_{pk} = 1860 \text{ MPa}$  ;
- условна граница на провлачане  $f_{p0,1k} = 1640 \text{ MPa}$ ;
- изчислителна якост  $f_{pd} = 1426 \text{ MPa}$ ;
- площ на напречното сечение на едно въже –  $1,50 \text{ cm}^2$ .

Обикновената стомана е **клас B500** с изчислителна якост  $f_{yd} = 435 \text{ MPa}$  .

Елементът работи като проста греда на две опори с разстояние между тях  $L = 30 \text{ m}$ . Височината на сечението е приета  $1/20$  от  $L$  или  $150 \text{ cm}$ .

Напрегащите елементи са разположени по три траектории, показани на фигура 6.4. Центърът на тежестта на бетонното сечение е обозначен с прекъсната линия. По реда на напрягането групите имат следните характеристики:

**група 1** – 13 броя въжета със сечение по  $1,5 \text{ cm}^2$  и обща площ  $A_{p1} = 19,5 \text{ cm}^2$ , начална напрегаща сила  $P_{max,1} = 2800 \text{ kN}$ ,  $\sigma_{p,max} = 143,6 \text{ kN/cm}^2 < 147,6 \text{ kN/cm}^2$ , траектория  $e_1(x) = -0,00197x^2 + 0,0591x + 0,30$ ,  $x$  се замества в метри;

**група 2** – както **група 1**,  $A_{p2} = 19,5 \text{ cm}^2$ ,  $P_{max,2} = 2800 \text{ kN}$ , траектория  $e_2(x) = -0,00241x^2 + 0,0724x$ ;

**група 3** - 12 броя въжета със сечение по  $1,5 \text{ cm}^2$  и обща площ  $A_{p3} = 18,0 \text{ cm}^2$ , начална напрегаща сила  $P_{max,3} = 2600 \text{ kN}$ ,  $\sigma_{p,max} = 144,4 \text{ kN/cm}^2 < 147,6 \text{ kN/cm}^2$ , траектория  $e_3(x) = -0,0033x^2 + 0,0991x - 0,40$ .

Целта е да бъдат определени еластичните загуби отделно за всяка група без да бъдат вземани под внимание загубите от триене и от деформации на закотвящите устройства.

#### Армировка по траектория 1

Загубата от еластична деформация на бетона настъпва при налягане на армировките по траектории 2 и 3. Прилагаме формула (6.33). Геометрични характеристики на бетонното сечение са:

- площ  $A = 6100 \text{ cm}^2$ ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на бетонното сечение  $y_i = 89,3 \text{ cm}$ ;
- инерционен момент  $I = 1,22 \cdot 10^7 \text{ cm}^4$ .

Диаграмите на ексцентрицитетите на групите се виждат на фигура 6.4.

Необходимите интегрални стойности са:

- налягане на *група 2*:

$$\int_0^L e_1(x) \cdot e_2(x) \cdot dx = \frac{2}{3} 54,3 \cdot 3000 \cdot 30 + \frac{8}{15} 54,3 \cdot 44,3 \cdot 3000 = 0,71 \cdot 10^7 \text{ cm}^3,$$

с пряко интегриране е получено  $0,714 \cdot 10^7$ , разликата е  $0,6\%$ ;

- налягане на *група 3*:

при умножаване на диаграмите по *Верещчагин* диаграмата от  $e_1(x)$  в интервала  $x = 0,0 - 4,80 \text{ m}$  е представена като сбор от три диаграми:

- правоъгълник с височина  $30 \text{ cm}$ ;
- правоъгълен триъгълник с височина  $24 \text{ cm}$ ;
- квадратна парабола с ординатата в средата  $1 \text{ cm}$ ;

$$\int_0^L e_1(x) e_3(x) dx = 2 \cdot \left( -\frac{1}{3} 30 \cdot 40 \cdot 480 \right) + 2 \cdot \left( -\frac{1}{4} 24 \cdot 40 \cdot 480 \right) + 2 \cdot (-0,30 \cdot 1 \cdot 40 \cdot 480) + \frac{2}{3} 54,34 \cdot 3 \cdot 2040 + \frac{8}{15} 20,3 \cdot 34 \cdot 3 \cdot 2040$$

$$\int_0^L e_1(x) e_3(x) dx = 0,264 \cdot 10^7 \text{ cm}^3,$$

с пряко интегриране е получено  $0,261 \cdot 10^7$ , разликата е  $1,1\%$ .

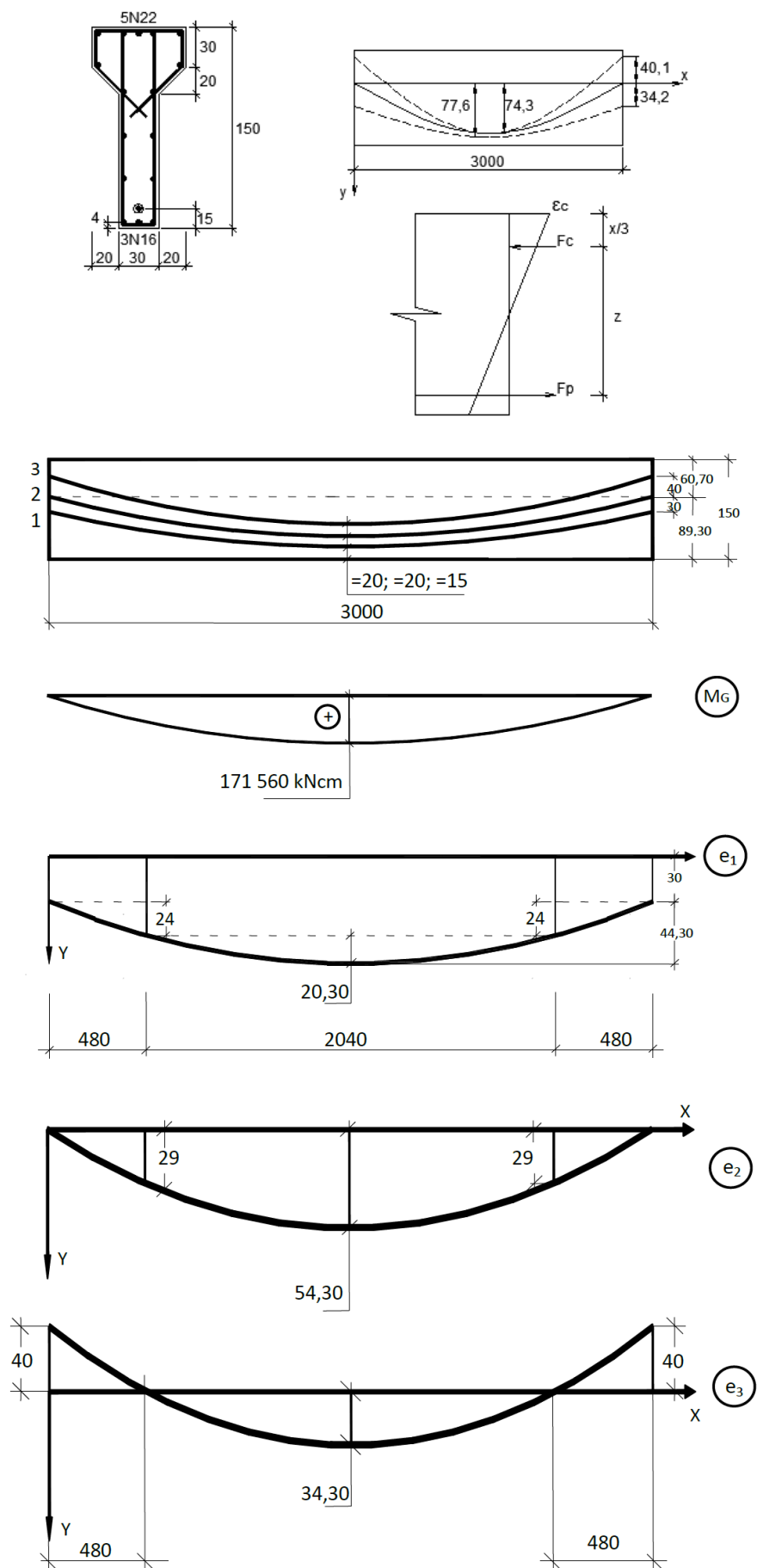
Средната разлика в напрежението на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от *група 1*, предизвикано от налягането на *групи 2* и *3*, при  $L = 3000 \text{ cm}$ , е:

$$\Delta \sigma_{cm1} = \frac{2800}{6100} + \frac{2800 \cdot 0,71 \cdot 10^7}{3000 \cdot 1,22 \cdot 10^7} + \frac{2600}{6100} + \frac{2600 \cdot 0,264 \cdot 10^7}{3000 \cdot 1,22 \cdot 10^7} = 1,62 \text{ kN/cm}^2.$$

Налягането се извършва след бетониране при отлежаване **6 дни**. Предварително е изчислено:

$$f_{cm}(6) = \beta_{cc}(6) f_{cm} = 0,75 \cdot 48 = 36 \text{ MPa}.$$

Бетонът е *клас C40/50* с еластичен модул  $E_{cm} = 3500 \text{ kN/cm}^2$ .



Фигура 6.4 Напречно сечение на елемента, траектории на групите напрегаща армировка и диаграми на ексцентрицитетите

За момента на налягането еластичният модул по (3.5) от [1] ще бъде:

$$E_{cm}(6) = (36/48)^{0,3} \cdot 3500 = 3210 \text{ kN/cm}^2.$$

По (6.23) намираме спада на напрежението в армивката от *група 1*:

$$\Delta\sigma_{p1} = 1,62 \cdot 19500 / 3210 = 9,9 \text{ kN/cm}^2.$$

Загубата на налягаща сила за *група 1* е:

$$\Delta P_{el,1} = A_{p1} \Delta\sigma_{p1} = 19,5 \cdot 9,9 = 193,1 \text{ kN}.$$

#### Армивка по траектория 2

Загубата от еластична деформация на бетона настъпва при налягане на армивката по траектория 3. Необходимата интегрална стойност е:

$$\int_0^L e_2(x)e_3(x)dx = -2\left(\frac{1}{6} \cdot 40 \cdot 29 \cdot 480 + \frac{1}{3} \cdot 1,5 \cdot 40 \cdot 480 - \frac{1}{3} \cdot 29 \cdot 1,9 \cdot 480 - \frac{8}{15} \cdot 1,9 \cdot 1,5 \cdot 480\right) + \frac{2}{3} \cdot 34 \cdot 3 \cdot 29 \cdot 2040 + \frac{8}{15} \cdot 34 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 3 \cdot 2040$$

$$\int_0^L e_2(x)e_3(x)dx = 0,211 \cdot 10^7 \text{ cm}^3,$$

чрез непосредствено интегриране е намерено  $0,200 \cdot 10^7$ , разликата е 5,5 %.

При използване на правилото на **Верещачин**, диаграмата от  $e_2(x)$  в интервала  $x = 0,0 - 4,80 \text{ m}$  е представена като сбор от две диаграми:

- правоъгълен триъгълник с височина **29 cm**;
- квадратна парабола с ординатата в средата **1,5 cm**, излизаща извън триъгълника.

Диаграмата от  $e_3(x)$  в интервала  $x = 0,0 - 4,80 \text{ m}$  е представена също като сбор от две диаграми:

- правоъгълен триъгълник с височина **40 cm**;
- квадратна парабола с ординатата в средата **1,9 cm**, влизаща в очертанието на триъгълника.

Средната разлика в напрежението на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армивката от *група 2*, предизвикано от налягането на *група 3*, при  $L = 3000 \text{ cm}$ , ще бъде:

$$\Delta\sigma_{cm2} = \frac{2600}{6100} + \frac{2600 \cdot 0,211 \cdot 10^7}{3000 \cdot 1,22 \cdot 10^7} = 0,58 \text{ kN/cm}^2.$$

По (6.23) намираме спада на напрежението в армивката от *група 2*:

$$\Delta\sigma_{p2} = 0,58 \cdot 19500 / 3210 = 3,5 \text{ kN/cm}^2.$$

Загубата на напрегаща сила за *група 2* е:

$$\Delta P_{el,2} = A_{p2} \Delta \sigma_{p2} = 19,5.3,5 = 68,2 \text{ kN}.$$

Влияние на собственото тегло на елемента

Теглото на елемента е  $g = 0,61.25 = 15,25 \text{ kN/m}$ . Максималният момент в средата по дължина е  $M_{G,max} = 1715,6 \text{ kNm} = 171560 \text{ kNcm}$ .

Прилагаме (6.35). За *група 1* интегралната стойност е:

$$\int_0^L M_G(x) e_1(x) dx = - \left( \frac{2}{3} \cdot 171560 \cdot 3000 \cdot 30 + \frac{8}{15} \cdot 171560 \cdot 44,3 \cdot 3000 \right) = - 2,25 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^3.$$

Средното напрежение в бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от *група 1*, предизвикано от собственото тегло, е:

$$\sigma_{cmG,1} = - \frac{2,25 \cdot 10^{10}}{3000 \cdot 1,22 \cdot 10^7} = - 0,61 \text{ kN/cm}^2.$$

По (6.23) коригираният спад на напрежението в армировката от *група 1* ще бъде:

$$\Delta \sigma_{p1} = (1,62 - 0,61) 19500/3210 = 6,2 \text{ kN/cm}^2.$$

Загубата на напрегаща сила за *група 1* е:

$$\Delta P_{el,1} = A_{p1} \Delta \sigma_{p1} = 19,5.6,2 = 120,8 \text{ kN}.$$

В резултат на собственото тегло загубата е намаляла с 37 %.

За *група 2* интегралната стойност по (6.35) е:

$$\int_0^L M_G(x) \cdot e_2(x) dx = - \frac{8}{15} 171560 \cdot 54,3 \cdot 3000 = - 1,48 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^3.$$

Средното напрежение в бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката от *група 2*, предизвикано от собственото тегло, е:

$$\sigma_{cmG,2} = - \frac{1,48 \cdot 10^{10}}{3000 \cdot 1,22 \cdot 10^7} = - 0,4 \text{ kN/cm}^2.$$

Коригираният спад на напрежението в армировката от *група 2* ще бъде:

$$\Delta \sigma_{p2} = (0,58 - 0,40) 19500/3210 = 1,1 \text{ kN/cm}^2.$$

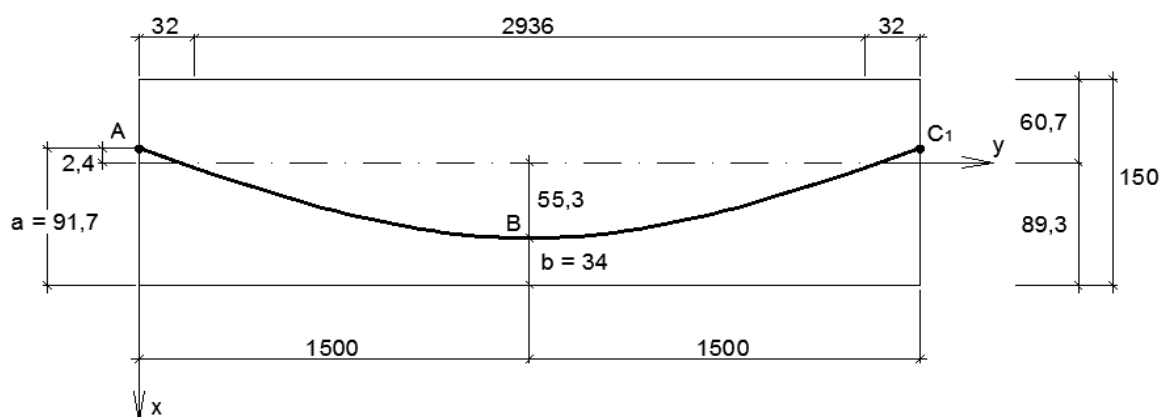
Загубата на напрегаща сила за *група 2* е:

$$\Delta P_{el,2} = A_{p2} \Delta \sigma_{p2} = 19,5.1,1 = 21,5 \text{ kN}.$$

#### Пример 6.4 – загуби от еластична деформация при Т сечение със заместваща траектория на напрегнатата армировка

За данните на елемента от пример 6.3 да бъде определена загубата от еластична деформация на бетона при условие, че вместо трите траектории бъде използвана заместваща траектория, показана на фигура 6.5. Траекторията е прокарана по линията на центъра на тежестта на трите групи налягаща армировка. Общото напречно сечение на напрегнатата армировка е:

$$A_p = 2.19,5 + 18 = 57 \text{ cm}^2.$$



Фигура 6.5 Заместваща траектория на групите налягаща армировка

Точките, през които трябва да премине траекторията, са *A*, *B* и *C*. Разстоянията *a* и *b* от долния край на сечението до съответните точки са:

$$a = \frac{19,5(59,3 + 89,3) + 18.129,3}{57} = 91,7 \text{ cm}; \quad b = \frac{19,5(15 + 35) + 18.55}{57} = 34,0 \text{ cm}.$$

Функцията на кривата, минаваща през точките *A*, *B* и *C*, показваща ексцентрицитетът на заместващата траектория, е:

$$e(x) = -0,00256x^2 + 0,0769x - 0,024.$$

Координатната система е с начало в левия край на елемента, хоризонтална ос съвпада с линията на центъра на тежестта на бетонното сечение, а вертикалната ос е насочена надолу. Разстоянието *x* и ексцентрицитетът *e* се изразяват в метри.

Сечението с нулев ексцентрицитет се намира на разстояние  $x = 32 \text{ cm}$  от краищата на елемента.

Общата начална налягаща сила е:

$$P_{max} = 2.2800 + 2600 = 8200 \text{ kN}.$$

Напрягането се извършва със същата последователност както в случая на отделни траектории.

#### Определяне на загубата без влияние на собственото тегло

Средното напрежение в бетона по дължината на траекторията ще бъде определено по формула (6.32). Стойността на интеграла е:

$$\int_0^L e^2(x).dx = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 32.24^2 + \frac{8}{15} \cdot 2\,936.55,3^2 = 0,48.10^7 \text{ cm}^3.$$

Средното напрежение на бетона на ниво център на тежестта на сечението на армировката ще бъде:

$$\sigma_{cm} = \frac{8200}{6100} + \frac{8200 \cdot 0,48.10^7}{3000 \cdot 1,22.10^7} = 2,42 \text{ kN/cm}^2.$$

При брой  $n = 3$  на отделно напреганите групи по (6.26) изчисляваме загубата на напрегаща сила:

$$\Delta P_{el} = \frac{n-1}{2n} \sigma_c \frac{E_p A_p}{E_{cm}(t)} = \frac{3-1}{2 \cdot 3} \cdot 2,42 \cdot \frac{19500.57}{3210} = 279,3 \text{ kN}.$$

Общата загуба на сила, определена в пример 6.3 за армировката по траектории 1 и 2, е:

$$\Delta P_{el} = \Delta P_{el,1} + \Delta P_{el,2} = 193,1 + 68,2 = 261,3 \text{ kN}.$$

Разликата между двете стойности е **6,9 %**.

#### Определяне на загубата с влияние на собственото тегло

Ще бъде приложена формула (6.35). За опростяване на изчислението ще бъде прието, че заместващата траектория е изцяло под линията на центъра на тежестта на сечението. Пренебрегваме зоните с отрицателен ексцентрицитет, поради много малкото им влияние. Моментната диаграма от собствено тегло е показана на фигура 6.4. Стойността на интеграла е:

$$\int_0^L M_G(x).e(x).dx = \frac{8}{15} 171\,560.3\,000.55,3 = 1,52.10^{10} \text{ kNcm}^3.$$

Средното напрежение в бетона по дължина на траекторията от собствено тегло е:

$$\sigma_{cmG} = - \frac{1,52.10^{10}}{3000 \cdot 1,22.10^7} = -0,42 \text{ kN/cm}^2.$$

Коригираното напрежение в бетона е:

$$\sigma_{cm} = 2,42 - 0,42 = 2,0 \text{ kN/cm}^2.$$

По (6.26) изчисляваме загубата на напрегаща сила с влияние на собственото тегло:

$$\Delta P_{el} = \frac{3-1}{2.3} \cdot 2,0 \cdot \frac{19500.57}{3210} = 230,8 \text{ kN}.$$

Общата загуба на сила, определена в пример 6.3 с влияние на собственото тегло, е:

$$\Delta P_{el} = \Delta P_{el,1} + \Delta P_{el,2} = 120,8 + 21,5 = 142,3 \text{ kN}.$$

Разликата е чувствителна. Влиянието на собственото тегло е по-силно изразено в случая, когато траекториите са разглеждани отделно. Причината е, че на нивото на *група 1*, която е най-ниско разположена, напреженията в бетона от собственото тегло са най-големи. Точно в тази група разликата в стойността на загубата е най-голяма: от **193,1 kN** без собствено тегло до **120,8 kN** с него.

#### 6.1.2.2 Триене в каналите

Причина за загубата е триенето на наляганата армировка в стените на криволинейни канали. Ефектът е подобен на разгледания при триене в отклоняващи устройства при налягане преди бетониране. При налягане след бетониране обаче има една съществена разлика. Тъй като налягащият елемент (въже, сноп) по дължината си не е абсолютно прав, а в действителност е огънат по зигзагообразна линия, между стените на канала и елемента се появява допълнителен ъгъл. За определяне на загубата на напрежение от триене може да бъде използвана формула (6.6) като към ъгъла  $\theta$  бъде добавен ъгълът, дължащ се на случайните отклонения на налягащия елемент от правата линия. Стойността му е  $kx$ , изразена в радиани. Като приложим (6.6) с обща стойност на ъгъла  $\theta + kx$ , за загубата получаваме формулата (5.45) от [1]:

$$\Delta P_{\mu} = P_{max} [ 1 - e^{-\mu(\theta+kx)} ], \quad (6.36)$$

в която  $\theta$  е сума от ъглите в радиани на вертикалното и хоризонталното отклонение за разстояние  $x$ ;

$\mu$  - коефициент на триене между каналообразувателя и налягащата армировка;

$k$  - случайно ъглово отклонение за вътрешните налягащи елементи за единица дължина, изразява се в радиани за линеен метър;

$x$  - разстояние по дължина на налягащия елемент от точката, където налягащата сила е равна на  $P_{max}$  (силата в активния край по време на налягането), до сечението, за което определяме загубата, замества се в метри.

Ако за степенния показател е изпълнено условието  $\mu(\theta+kx) \leq 0,20$ , което е вярно в повечето случаи, тогава за  $e^{-\mu(\theta+kx)} = 1 - \mu(\theta+kx)$  и загубата е:

$$\Delta P_{\mu} = P_{max}. \quad (6.36,a)$$

Стойностите на  $\mu$  и  $k$  са дадени в съответното Европейско техническо одобрение. Стойността на  $\mu$  зависи от повърхността на налягащата армировка и каналообразувателя, от наличието на ръжда, от удължението на налягащата армировка и от нейния профил.

Стойността на  $k$  за случайното ъглово отклонение зависи от качеството на изпълнението, от разстоянието между опорите на напрегащата армировка, от вида на използвания каналобразувател и от степента на вибриране при полагане на бетона.

Когато липсват данни в Европейското техническо одобрение, или конкретни данни за прилаганите материали, при използване на формула (6.36) могат да бъдат приемани стойностите на  $\mu$ , които са показани в таблица 5.1 от [1] .

**Таблица 6.1. –**  
**Коефициенти на триене  $\mu$  за вътрешна**  
**напрегаща армировка при напрегане след бетониране и**  
**външна напрегаща армировка без сцепление с бетона.**

Вид на напрегащия елемент	Вътрешна напрегаща армировка <sup>1)</sup>	Външна напрегаща армировка			
		Стоманен каналобразувател, несмазан	HDPE каналобразувател, несмазан	Стоманен каналобразувател, смазан	HDPE каналобразувател, смазан
Студено изтеглен тел	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Въже	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Оребрен прът	0,65	-	-	-	-
Гладък кръгъл прът	0,33	-	-	-	-
1) За напрегаща армировка, която запълва около половината от сечението на канала HDPE - полиетилен с висока плътност					

При липса на данни в Европейското техническо одобрение, стойностите за случайното ъглово отклонение за вътрешна напрегаща армировка могат да бъдат приемани в границите  $0,005 < k < 0,01 \text{ rad/m}$ . За външна напрегаща армировка загубите от случайно ъглово отклонение могат да бъдат пренебрегнати.

От формула (6.36) се вижда, че загубата е в пряка зависимост от отдалечеността на сечението, за което я определяме, спрямо активния край на елемента, където се извършва напрегането. По дължина на елемента загубата нараства с увеличаване на разстоянието от активния край, но влиянието е сравнително слабо изразено: например при десетократно увеличаване на разстоянието загубата се увеличава с около 25%. За да бъде намалена, се прилагат различни конструктивни и технологични решения. Накратко те могат да бъдат сумирани в следно:

1. Използване на траектории с възможно най-малки отклонения спрямо линията на центъра на тежестта на сечението. Това означава малки кривини и в резултат намалени стойности на сумарния ъгъл  $\theta$ .
2. Прилагане на променливи сечения на елемента по дължината му с по-голяма височина над междинните опори, така че там да не се налага прекомерно увеличаване на ексцентрицитета на напрегнатата армировка заради големите отрицателни моменти.
3. Разделяне на напрегащите елементи на дължини, които са по-малки от цялата дължина на стоманобетонния елемент, с междинно закотвяне. По този начин се използват по-голям брой напрегащи елементи и

закотвящи устройства, но за всяко отделно въже или сноп сумарният ъгъл  $\theta$  на промяна на посоката е по-малък.

4. При дължини на напрегащите елементи, равни на дължината на стоманобетонния елемент, прилагане на двустранно напрегане – в двата края на елемента. По този начин се намалява дължината, за която се сумират ъглите. Обикновено двустранното напрегане се прилага при външна армировка за дължини, превишаващи **100-120 метра**, а при вътрешна – за дължини над **200-250 метра**. До тези дължини загубата от триене не е съществена.

5. Използване на праволинейна армировка по цялата дължина и къси параболично оформени траектории в местата на най-големите моменти.

6. Смазване на каналите. Ако армировката трябва да работи със сцепление с бетона, необходимо е след напрегането каналите да бъдат промити със специални състави за премахване на смазката. Едва след това може да се пристъпи към запълване на каналите.

При напрегане от двете страни на елемента е необходимо да бъде определено сечението, в което загубата, изчислена при начално сечение и в единия и в другия край, е еднаква. Това сечение разделя елемента на две зони, в които напрегащата сила намалява до една и съща стойност. За определянето му се използва условието:

$$\Delta P_{\mu}(x) = \Delta P_{\mu}(L - x), \quad (6.37)$$

в което  $x$  е разстояние от левия край на елемента до сечението с изравнени загуби, а  $L - x$  е разстоянието от десния край до същото сечение.

В условието заместваме загубата по (6.36) за лявата и дясна част на елемента. Предварително трябва да бъде приет ъгълът  $\theta$  за всяка от тях. След намирането на  $x$  се проверява съпадението на приетите стойности на ъглите с тези, които отговарят на  $x$ . При разлики, които не могат да бъдат пренебрегнати, в условие (6.37) се заместват новите стойности на ъглите и се провежда итерационно изчисление.

### Пример 6.5 – загуба на напрежение от триене в каналите

За непрекъснатата гредя от фигура 6.6 да бъде определена загубата от триене в каналите за сеченията **B**, **C** и **E** при напрегане в сечение **A**. Каналообразувателите са полиетиленови твърди без смазване. Армировката е от въжета и коефициентът на триене е  $\mu = 0,19$ . Стойностите за случайното ъглово отклонение за вътрешна напрегаща армировка приемаме  $k = 0,008 \text{ rad/m}$ . Напрегащата сила е  $P_{\max} = 2500 \text{ kN}$ .

Прилагаме формула (6.36).

#### Загуба за сечение B

Уравненията на параболите са следните:

за кривата между точки **A** и **D**, показана на фигура 6.6, аналитичният израз е:

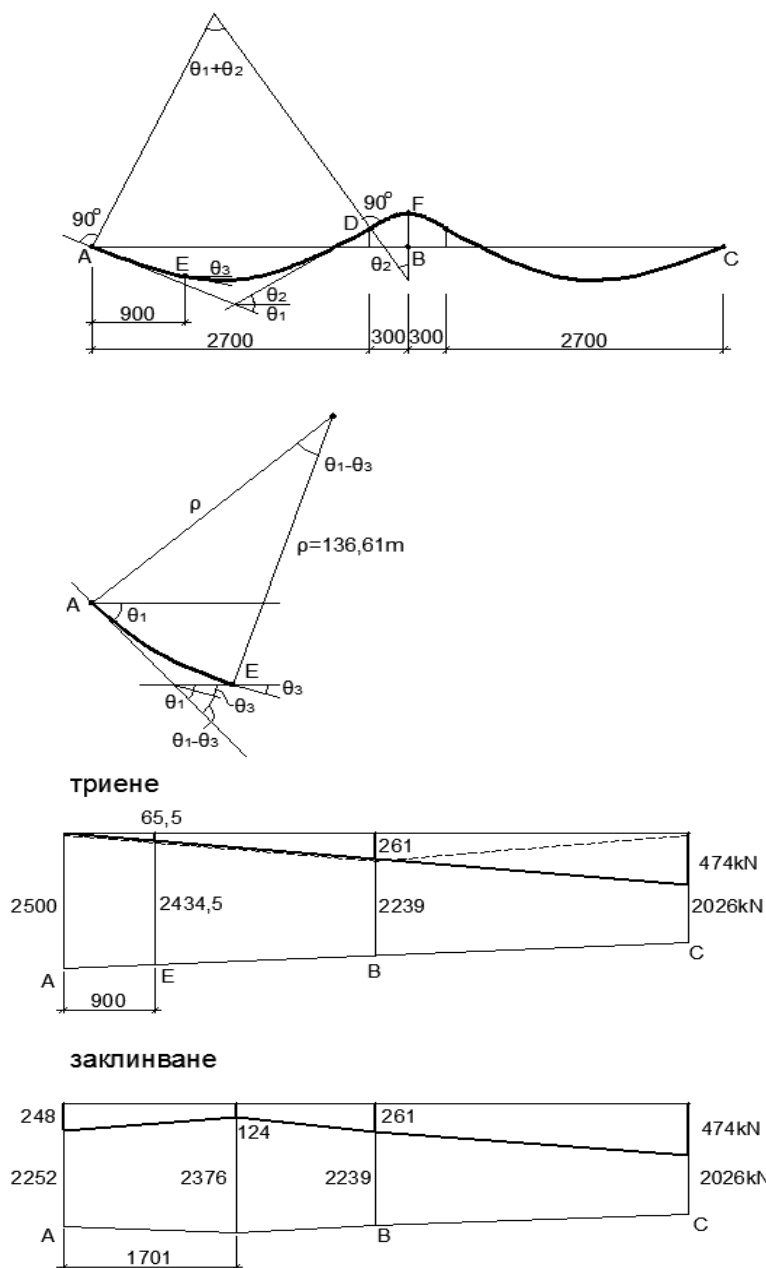
$$y = 0,00366x^2 - 0,0857x,$$

а за кривата между точки **D** и **E**:

$$y = -0,0187x^2 + 0,112x.$$

Началото на координатната система за първата парабола е в точка *A*, за втората – в точка *D*.

На фигура 6.6 са показани ъглите, които са необходими.



**Фигура 6.6 Траектория на напрегащите елементи и загуби**

Между точки *A* и *D* ъгълът на промяна на посоката е  $\theta_1 + \theta_2$ . Те могат да бъдат получени от първата производна на функцията:

$$\frac{dy}{dx} = 2.0,00366x - 0,0857.$$

При  $x = 0$ ,

$$\frac{dy}{dx} = \theta_1 = -0,0857 \text{ rad};$$

При  $x = 27$ ,

$$\frac{dy}{dx} = \theta_2 = 0,112 \text{ rad}.$$

Между точки  $D$  и  $F$  ъгълът на промяна на посоката е  $\theta_2$  от първата функция, понеже точка  $D$  е инфлексна между двете криви. В точка  $F$  ъгълът е  $\frac{dy}{dx} = 0$ .

Сумата на абсолютните стойности на ъглите между точки  $A$  и  $B$  съставлява:

$$0,0857 + 2 \cdot 0,112 = 0,31 \text{ rad.}$$

За степенния показател в (6.36) при  $x = 30 \text{ m}$  получаваме:

$$0,19(0,31 + 0,008 \cdot 30) = 0,105.$$

Изпълнено е условието  $\mu \cdot (\theta + kx) \leq 0,20$  и можем да използваме (6.36,a). За загубата на напрежение в точка  $B$  изчисляваме:

$$\Delta P_\mu = P_{\max} \mu \cdot (\theta + kx) = 2500 \cdot 0,105 = 261 \text{ kN.}$$

#### Загуба за сечение C

Ъгълът на промяна на посоката на напрегащия елемент е два пъти по-голяма от този за точка  $B$ , поради симетрията на елемента и армировката спрямо точка  $B$ . За степенния показател в (6.36) при  $x = 60 \text{ m}$  получаваме:

$$0,19(2 \cdot 0,31 + 0,008 \cdot 60) = 0,21 > 0,20.$$

$$\Delta P_\mu = P_{\max} [1 - e^{-\mu \cdot (\theta + kx)}] = 2500(1 - e^{-0,21}) = 474 \text{ kN.}$$

#### Загуба за сечение E

От функцията на първата крива за точка  $E$  получаваме:

$$\text{при } x = 9 \text{ m}, \quad dy/dx = \theta_3 = -0,0198 \text{ rad.}$$

Ъгълът на промяна на траекторията, показан в детайл  $A-E$ , е  $\theta_1 - \theta_3 = 0,0857 - 0,0198 = 0,0659 \text{ rad}$ . Ъглите са с абсолютни стойности. Разликата на ъглите  $\theta_1 - \theta_3$  може да бъде намерена и като централен ъгъл срещу дъгата по траекторията от точка  $A$  до точка  $E$ . Кривината на дъгата, постоянна за цялата дължина, е:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} = 2 \cdot 0,00366 = 0,00732 \text{ m}^{-1},$$

а радиусът ще бъде  $\rho = 1 / 0,00732 = 136,61 \text{ m}$ . Поради големия радиус, дължината на дъгата може да бъде намерена като дължина на хипотенуза в правоъгълен триъгълник. При  $x = 9 \text{ m}$ ,  $y = 0,475 \text{ m}$  дължината на дъгата е:

$$AE = \sqrt{9^2 + 0,475^2} = 9,012 \text{ m.}$$

Точната дължина на дъгата може да бъде определена с интеграла:

$$AE = \int_0^9 \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx.$$

За разликата на ъглите намираме:

$$\theta_1 - \theta_3 = \frac{9,012}{136,61} = 0,0659 \text{ rad.}$$

Загубата за точка *E* изчисляваме по (6.36,a) при  $x = 9 \text{ m}$ :

$$\Delta P_\mu = P_{\max} \mu \cdot (\theta + kx) = 2\,500.0,19 \cdot (0,0659 + 9.0,008) = 65,5 \text{ kN}.$$

На фигура 6.6 е показана диаграмата на загубата по дължина на елемента и остатъчната напрегаща сила. С прекъсната линия е диаграмата при условие, че напрегането бъде извършено двустранно.

### 6.1.2.3 Деформации на закотвящите устройства

Деформациите в закотвящите устройства се проявяват при заклиняване на напрегащите елементи. Общата деформация е съставена от няколко отделни деформации с различен произход:

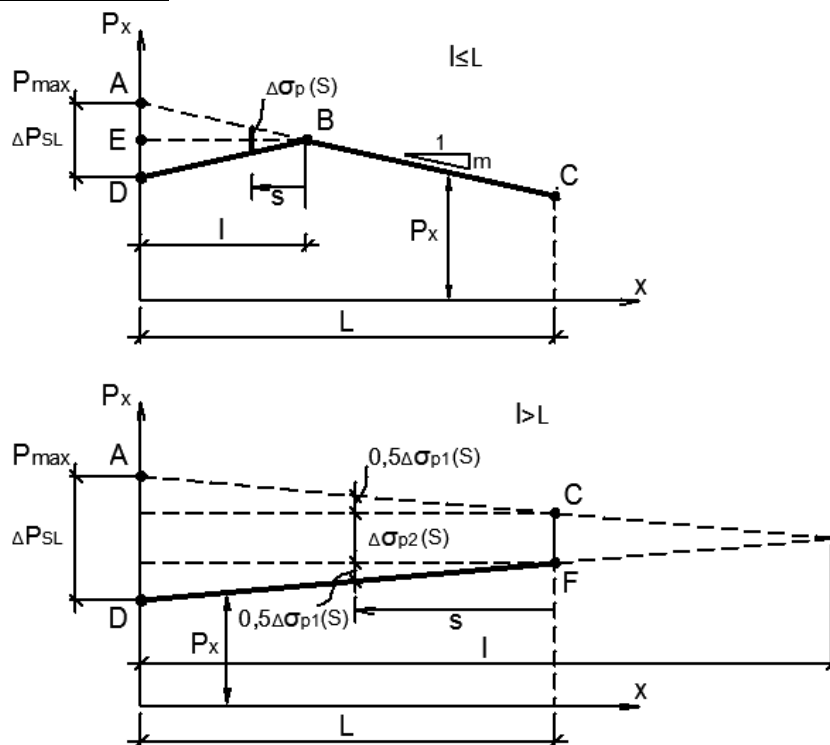
- приплъзване на въжетата в клиновете;
- смачкване на котвите;
- смачкване на бетона под опорните планки.

Най-голяма е първата от тях. Както при напрегане преди бетониране, регламентираният размер на тази деформация е  $\delta = 6 - 8 \text{ mm}$  съгласно Европейското техническо одобрение.

Деформацията от смачкването на котвите е от порядъка *1 - 2 милиметра*, а тази от смачкване на бетона – под *1 милиметър*.

При заклиняване въжето или телът имат стремеж да се върнат в началното си състояние или движението им е в посока, която е обратна на тази при напрегането. Възможното им придвижване е с ограничена дължина  $\delta$ . Появява се същата сила на триене в каналите, действаща при напрегането, само че в противоположна посока. Тази сила възпрепятства връщането на въжето или тела. Влиянието на триенето се осъществява на дължина  $l$ . Тя може да бъде както по-малка от дължината на елемента  $L$  (напрегащата армировка), така и по-голяма. В зависимост от това обстоятелство е определяна загубата на напрежение.

Случай, при който  $l \leq L$



**Фигура 6.7 Загуби на напрегаща сила от деформации в закотвящите устройства**

На фигура 6.7 е представена графиката на промяна на силата на напрегане по дължина на елемента. С пълната линия **DBC** е показана действителната диаграма

при загуба на напрежение от двата фактора: триене и заклиняване. Правата  $AC$  представлява промяната на напрегащата сила в следствие на триенето в каналите, когато въжето е изтегляно към активния край в точка  $A$ . Участъкът  $DB$  е резултат от обратното движение на въжето по посока на точка  $B$ . Наклонът на участъци  $AB$  и  $DB$  е еднакъв, но с обратен знак, поради еднаквата сила на триене при двете движения. Този наклон може да бъде изразен чрез загубата на сила  $m$ , причинена от триенето, за единица дължина. При някакво разстояние  $x$  от края на елемента, където е извършено закотвянето, определянето на  $m$  може да стане по формулата:

$$m = \frac{\Delta P_{\mu}(x)}{x} = \frac{P_{\max} \mu(\theta + kx)}{x} = P_{\max} \mu(\alpha + k), \quad (6.38)$$

в която  $x$  е разстояние от края на елемента до разглежданото сечение;  
 $\alpha$  – ъгъл на промяна на посоката на напрегащия елемент за единица дължина,  
 $\alpha = \theta/x$ .

Ъгълът  $\theta$  може да бъде представен и като  $\theta = x/\rho$ ,  $\rho$  е радиус на кривата, по която е огънато въжето. Тогава за  $m$  получаваме:

$$m = \frac{\Delta P_{\mu}(x)}{x} = P_{\max} \mu\left(\frac{1}{\rho} + k\right). \quad (6.38,a)$$

Загубата на напрежение от деформации на закотвящите устройства за разстояние  $s$ , мерено от точка  $B$  към края на елемента в точка  $E$ , представлява:

$$\Delta \sigma_p(s) = \frac{2ms}{A_p}, \quad (6.39)$$

а деформация, съответстваща на това напрежение, е:

$$\Delta \varepsilon_p(s) = \frac{2ms}{A_p E_p}. \quad (6.40)$$

Обратната деформация на напрегащия елемент (скъсяването), изчислена за дължина  $l$ , трябва да бъде равна на размера на регламентираната деформация  $\delta$  за закотвящото устройство. Като бъде приравнен размерът на връщането на елемента  $\delta$  на скъсяването му за участъка с дължина  $l$ , получаваме условие за определяне на дължината  $l$ , след която деформацията в закотвящото устройство няма да влияе върху силата на напрегане. Като интегрираме деформацията по (6.40) за дължината  $l$ , получаваме изразът за това условие:

$$\delta = \int_0^l \frac{2ms}{A_p E_p} ds = \frac{ml^2}{A_p E_p}, \quad l = \sqrt{\frac{E_p A_p \delta}{m}}. \quad (6.41)$$

В (6.41) участва величината  $m$ . Тя не е известна предварително, понеже зависи от дължината  $l$ , която подлежи на определяне. По тази причина се провежда итерационно изчисление като бъде приета някаква стойност за  $l$ , за която се

определя  $m$ . Ако получената стойност на  $l$  съвпада с намерената, процесът приключва.

При използване на израза (6.38,a) за изчисляване на  $m$ , получената стойност на  $l$  по (6.41) ще бъде вярна, ако дължина  $l$  се разполага само в частта от траекторията на напрегащия елемент, за която е определена стойността на кривината  $1/\rho$ . Ако дължината  $l$  обхваща и друга или други части с различна кривина, необходимо е също да бъде проведено итерационно изчисление като  $m$  се определя за вече намерената стойност на  $l$ .

Като приложим формула (6.39), за загубата на напрежение за сечението при активния край при  $s = l$  и умножим със сечението на армировката, максималната загуба на напрегаща сила от деформации в закотвящите устройства е:

$$\Delta P_{sl} = 2ml \quad (6.42)$$

Напрегащата сила  $P_x$  в участъка  $0 \leq x \leq l$  се намира с израза:

$$P_x = P_{\max} - \Delta P_{sl} + mx \quad (6.42a)$$

Горният израз е валиден до  $x \leq l$ .

При стойности  $l < x \leq L$  загубата на сила е само от триене в каналите:

$$P_x = P_{\max} - mx \quad (6.42b)$$

Ако въжето е по права линия и триенето не оказва влияние, загубата от деформации в закотвящите устройства е:

$$\Delta P_{sl} = \frac{E_p A_p \delta}{L} \quad (6.42в)$$

#### Случай, при който $l > L$

Случаят се среща сравнително рядко. Той ще бъде определящ за елементи, най-вече плочи, напрегнати с гресирани въжета, при които коефициентът на триене е много малък. За такива елементи стойността на  $m$  е със занижена стойност, което предопределя голяма дължина на  $l$ .

Диаграмата на  $P_x$  е показана на фигура 6.7. Прекъснатата линия  $AC$  е диаграмата на напрегащата сила в резултат на загубите от триене в каналите. Плътната линия  $DF$  е диаграмата след приспадане и на загубата от заклиняване. Понеже дължината  $l$  се простира извън дължината на елемента  $L$ , извежданията, направени за предишния случай, не са в сила. Очевидно е, че няма как да бъде извършено интегрирането за получаване на (6.41), защото в участъците, намиращи се извън дължината на елемента, няма триене в каналите.

Загубата на напрежение от триене и от заклиняване на разстояние  $s$  от пасивния край на елемента може да бъде представена като сбор от две напрежения. Първото от тях е резултат само от триенето в каналите при напрегане и при обратно движение на въжето при заклиняване. Изразява се по (6.39) както в предишния случай:

$$\Delta \sigma_{p1}(s) = \frac{2ms}{A_p} \quad (6.43)$$

Относителната деформация при това напрежение е:

$$\delta_1 = \int_0^L \frac{2ms}{A_p E_p} ds = \frac{mL^2}{A_p E_p} . \quad (6.45)$$

То ще бъде по-малко от регламентирувания размер на скъсяването  $\delta$ , защото горната граница на интеграла е по-малка от  $L$ .

Второто напрежение е причинено от скъсяването на налягащия елемент, което не е уравновесено от триенето. Частта от регламентирувания размер на скъсяването  $\delta$ , която ще бъде осъществена от второто напрежение, ще бъде разликата:

$$\delta_2 = \delta - \delta_1 = \delta - \frac{mL^2}{A_p E_p} . \quad (6.46)$$

Може да бъде прието, че скъсяването  $\delta_2$  е разпределено равномерно по дължината  $L$ , защото при осъществяване на заклиняването наляганите елементи работят без сцепление с бетона. За относителната деформация получаваме израза:

$$\Delta \varepsilon_{p2}(s) = \frac{\delta_2}{L} = const , \quad (6.46a)$$

а за напрежението:

$$\Delta \sigma_{p2} = \frac{\delta_2 E_p}{L} . \quad (6.47)$$

Като заместим  $\delta_2$  от (6.46) в (6.47), за напрежението намираме израза:

$$\Delta \sigma_{p2} = \frac{\delta E_p}{L} - \frac{mL}{A_p} . \quad (6.48)$$

За да определим загубата на налягаща сила в активния край, трябва да сумираме напреженията по (6.43) и (6.48) при  $s = L$  и да умножим с площта на сечението на налягащата арматура. Максималната загуба от деформации в закотвящите устройства е:

$$\Delta P_{sl} = \left( \frac{2mL}{A_p} + \frac{\delta E_p}{L} - \frac{mL}{A_p} \right) A_p = mL + \frac{\delta E_p A_p}{L} . \quad (6.49)$$

В бюлетин 31 на CEB-FIP е предложена подобна формула при  $l > L$ .

Налягащата сила  $P_x$  за разстояние  $x$  по дължина на елемента се намира с израза:

$$P_x = P_{\max} - \Delta P_{sl} + mx . \quad (6.49a)$$

### Пример 6.6 – загуба на напрежение от деформации в закотвящите устройства

Използваме данните, приети в пример 6.5, при които са получени загубите от триене – фигура 6.6. Предполагаме, че дължината  $l$ , съгласно (6.41), се простира само в първата траектория, разположена между точки  $A$  и  $D$ . Аналитичният израз на параболата, при изразяване на  $x$  в метри, е:

$$y = 0,00366x^2 - 0,0857x.$$

За да намерим  $m$ , използваме формула (6.38,a). Диференцираме два пъти по  $x$ , за да получим кривината:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} = 0,00732 \text{ m}^{-1}.$$

Напрягащата сила е  $P_{max} = 2500 \text{ kN}$ , напречно сечение  $A_p = 18,0 \text{ cm}^2$ .

При коефициент на триене е  $\mu = 0,19$  и стойности за случайното ъглово отклонение за вътрешна напрягаща армировка  $k = 0,008 \text{ rad/m}$  получаваме:

$$m = 2500 \cdot 0,19(0,00732 + 0,008) = 7,28 \text{ kN/m} = 0,0728 \text{ kN/cm}.$$

По (4.41) при  $\delta = 0,6 \text{ cm}$  получаваме:

$$l = \sqrt{\frac{19500 \cdot 18 \cdot 0,6}{0,0728}} = 1701 \text{ cm} < 2700 \text{ cm}.$$

Дължината  $l$  попада изцяло в първата траектория и не е необходимо прилагането на итерационно изчисление.

По (6.42) намираме максималната загуба от заклиняване в активния край – точ.  $A$ :

$$\Delta P_{sl} = 2ml = 2 \cdot 0,0728 \cdot 1701 = 248 \text{ kN}.$$

За сечението  $x = l$  напрягащата сила е:

$$P_x = 2500 - 248 + 0,0728 \cdot 1701 = 2376 \text{ kN}.$$

На фигура 6.6 долната диаграма показва загубата на напрежение от заклиняване. Ако напрегането се извършва от двата края, диаграмата в полето  $BC$  ще бъде симетрична на тази в полето  $AC$ .

### 6.2 Загуби на напрежение, зависещи от времето

Причиняват се от три фактора: съсъхване, пълзене на бетона и дълготрайна релаксация на напрегнатата армировка. Първите два способстват за възникване и нарастване на деформации на скъсяване на елемента по дължина. Като резултат от това напрегнатата армировка също се скъсява, а с това – губи част от създадените в нея предварителни напрежения. Третият фактор е продължение на краткотрайната релаксация, но за продължителен период от време. Дълготрайните (окончателни) стойности на загубите от релаксация могат да бъдат оценени за време  $t = 500\,000$

**часа** (около 57 години). Релаксацията на стоманата зависи от деформацията на бетона вследствие на пълзенето и съссъхването. При нарастващи деформации спада напрегащата сила, а заедно с това намалява и загубата от релаксация. Това взаимодействие приблизително се взема под внимание с коефициент на редукция **0,80**.

При използване на напрегаща армировка, работеща със сцепление с бетона, се ползват стойности на напреженията в определено сечение, за което се определя загубата. За напрегаща армировка без сцепление с бетона се ползват средни стойности на напреженията. Те се изчисляват между участъците, ограничени от идеализираните точки на отклонение за външна напрегаща армировка или по цялата дължина в случай на вътрешна напрегаща армировка.

При продължително действие на товарите особено важен параметър е еластичният модул на бетона. При определяне на загубите в предварително напрегнати елементи той се изразява с формулата:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + 0,8\varphi(t, t_0)}, \quad (6.50)$$

в която  $t$  представлява времето, за което се определя модула, в дни ;

$t_0$  - начално време, от изпълнението на елемента до момента на натоварването му, в дни;

$\varphi(t, t_0)$  - коефициентът на пълзене.

Във формула (6.50) коефициентът на пълзене е умножен с коефициент на релаксация. По изследвания на *Trost* и *Bazant* коефициентът на релаксация приема стойности между **0,5** и **1,0**. По предложение на *Dilger* в нормативните документи на САЩ е използвана стойност **0,7**. В [1] е приета стойност **0,8**, която е заложена в (6.50). Коефициентът на релаксация отразява влиянието на спада на напреженията в напрегнатата армировка в течение на някакъв продължителен период от време, имащо като последица намалени напрежения в бетона и намалено пълзене.

По-нататък са разгледани отделните фактори.

### 6.2.1 Загуба от деформация на съссъхване

Загубата на сила  $\Delta P_s$  от деформация на съссъхване  $\varepsilon_{cs}$  се определя от условието за равенство на деформацията в напрегнатата армировка, причиняваща тази загуба, и деформацията в бетонното влакно на ниво център на тежестта на напрегащата армировка:

$$\Delta \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_c. \quad (6.50a)$$

Първата деформация се изразява:

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta P_s}{A_p E_p}. \quad (6.51)$$

Деформацията  $\Delta \varepsilon_c$  представлява разликата между деформацията от съссъхване на бетона и деформацията на опън в бетона, създавана от действието на натискосвата сила  $\Delta P_s$  в напрегнатата армировка, породена от спада на напрежението

в нея. Силата  $\Delta P_s$  се разглежда като натискава за армировката, тъй като е обратна на силата създадена от налягането. Спрямо бетонното сечение тя е опънна и предизвиква сила на нивото на центъра на тежестта на наляганатата армировка. Разликата на двете деформации е:

$$\Delta \varepsilon_c = \varepsilon_{cs} - \left( \frac{\Delta P_s}{AE_{c,eff}} + \frac{\Delta P_s e}{IE_{c,eff}} e \right). \quad (6.52)$$

В горния израз е означено следното:

$e$  - ексцентрицитет на наляганатата армировка спрямо центъра на тежестта на бетонното сечение;

$\varepsilon_{cs}$  - абсолютна стойност на относителната деформация от съсъхване, изчислена за период  $t$  или  $t = \infty$ ;

$A$  и  $I$  – съответно площ на напречното сечение на елемента и инерционен момент.

Заместваме  $E_{c,eff}$  от (6.50) в (6.52) и след преработка намираме деформацията:

$$\Delta \varepsilon_c = \varepsilon_{cs} - \frac{\Delta P_s}{AE_{cm}} \left( 1 + \frac{Ae^2}{I} \right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)] = \varepsilon_{cs} - \frac{\Delta P_s}{AE_{cm}} \chi_t, \quad (6.53)$$

$$\chi_t = \left( 1 + \frac{Ae^2}{I} \right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)]. \quad (6.54)$$

Като бъдат приравнени деформациите по (6.51) и (6.53) получаваме:

$$\frac{\Delta P_s}{A_p E_p} = \varepsilon_{cs} - \frac{\Delta P_s}{AE_{cm}} \chi_t, \quad (6.54a)$$

откъдето намираме:

$$\Delta P_s = \varepsilon_{cs} A_p E_p - \frac{\Delta P_s A_p E_p}{AE_{cm}} \chi_t = \varepsilon_{cs} A_p E_p - \Delta P_s \alpha_p \rho_p \chi_t, \quad (6.54b)$$

$$\Delta P_s = \frac{\varepsilon_{cs} A_p E_p}{1 + \alpha_p \rho_p \chi_t}. \quad (6.55)$$

В (6.55) са приети следните означения:

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{cm}}, \quad (6.56)$$

$\rho_p$  е коефициент на армиране за наляганатата армировка,

$$\rho_p = \frac{A_p}{A}. \quad (6.57)$$

### 6.2.2 Загуба от продължителна релаксация на напрегнатата армировка

Загубата на сила  $\Delta P_r$  от релаксация на напрегнатата армировка се определя също от условието за равенство на деформацията в напрегнатата армировка, причиняваща тази загуба, и деформацията в бетонното влакно на ниво на центъра на тежестта на напрегащата армировка е:

$$\Delta \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_c \quad (6.57a)$$

Загубата на напрежение от релаксация  $\Delta \sigma_{pr}$  представлява абсолютната стойност на изменението на напрежението в напрегащата армировка за сечение  $x$  в момент  $t$  вследствие релаксация на напрегащата стомана. Изчислява се за напрежение в армировката  $\sigma_p$ , създадено от квазипостоянна комбинация на въздействията:

$$G + P_{m0} + \psi_2 Q, \quad (6.57b)$$

в която силата  $P_{m0}$  представлява разликата между максималната напрегаща сила  $P_{max}$  и загубите, осъществени в момента на напрегането;

$G$  – постоянни въздействия, включващи и собствено тегло на елемента или на част от него в зависимост от етапа на изграждането;

$Q$  - характеристичната стойност на променливия товар.

Напрежението  $\sigma_p$  за сечение  $x$  може да бъде определено по формулата:

$$\sigma_p(x) = \frac{P_{m0}(x)}{A_p(x)} - \sigma_{c,qp}(x) \frac{E_p}{E_{cm}}, \quad (6.58)$$

в която  $P_{m0}(x)$  и  $A_p(x)$  са напрегаща сила след приспадане на първите загуби, получени в момента на напрегането и напречно сечение на напрегнатата армировка в сечение  $x$ ;

$\sigma_{c,qp}(x)$  - напрежение в бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка в сечение  $x$ , резултат от квазипостоянна комбинация на въздействията, определя се по формула (6.64), показана по нататък.

Ако при намиране на загубите за момента на напрегането е взета под внимание загуба от краткотрайна релаксация на армировката за продължителност от време  $t_1$ , изменението на напрежението  $\Delta \sigma_{pr}$  може да бъде определено като разлика между стойностите при два различни периода  $t_1$  и  $t_2$  :

$$\Delta \sigma_{pr} = \Delta \sigma_{pr}(t = t_2) - \Delta \sigma_{pr}(t = t_1). \quad (6.58a)$$

Периодът от време  $t_2$  може да бъде с различна продължителност в зависимост от етапа на изграждане на конструкцията, който е разглеждан, а може да бъде приет и с крайна стойност  $t_2 = \infty$ . За да бъде конкретизирано изчислението в последния случай, за  $t_2$  се приема  $t_2 = 500\,000$  часа, което отговаря приблизително на срок от 57 години.

Изменението на напрежението  $\Delta \sigma_{pr}$  се умножава с коефициент 0,80, за да бъде взето под внимание влиянието на пълзенето и съсъхването, които намалят загубата,

поради снижаване на напрегащата сила. При тези условия деформацията в напрегнатата армировка, разгрещана като резултат само на релаксацията, е:

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta P_r}{A_p E_p} \quad (6.59)$$

Деформация в бетона е разликата между деформацията от релаксация и деформацията на опън в бетона, създавана от действието на натискната сила  $\Delta P_r$  в напрегнатата армировка, породена от спада на напрежението в нея:

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{0,8\Delta\sigma_{pr}}{E_p} - \left( \frac{\Delta P_r}{AE_{c,eff}} + \frac{\Delta P_r e}{IE_{c,eff}} \right) \quad (6.60)$$

Заместваме  $E_{c,eff}$  от (6.50) в (6.60) и след преработка получаваме:

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{0,8\Delta\sigma_{pr}}{E_p} - \frac{\Delta P_r}{AE_{cm}} \left( 1 + \frac{Ae^2}{I} \right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)] = \frac{0,8\Delta\sigma_{pr}}{E_p} - \frac{\Delta P_r}{AE_{cm}} \chi_t \quad (6.61)$$

Като приравним деформациите по (6.59) и (6.61) получаваме:

$$\frac{\Delta P_r}{A_p E_p} = \frac{0,8\Delta\sigma_{pr}}{E_p} - \frac{\Delta P_r}{AE_{cm}} \chi_t, \quad (6.61a)$$

откъдето намираме:

$$\Delta P_r = 0,8\Delta\sigma_{pr} A_p - \frac{\Delta P_r A_p E_p}{AE_{cm}} \chi_t = 0,8\Delta\sigma_{pr} A_p - \Delta P_r \alpha_p \rho_p \chi_t, \quad (6.61b)$$

$$\Delta P_r = \frac{0,8\Delta\sigma_{pr} A_p}{1 + \alpha_p \rho_p \chi_t} \quad (6.62)$$

### 6.2.3 Загуба от пълзене на бетона

Загубата на напрегаща сила  $\Delta P_c$ , дължаща се на пълзене на бетона от продължителни въздействия, се определя за квазипостоянна комбинация:

$$G + Pm0 + \psi 2Q. \quad (6.62a)$$

Означенията са обяснени по-напред.

Напрежението в бетонното влакно на ниво център на тежестта на напрегащата армировка е  $\sigma_{c,QP}$ . Пълната деформация при това напрежение е  $\sigma_{c,QP}/E_{c,eff}$ . Тя може да бъде представена като:

$$\frac{\sigma_{c,QP}}{E_{cm}} [1 + \varphi(t, t_0)] = \frac{\sigma_{c,QP}}{E_{cm}} + \frac{\sigma_{c,QP}}{E_c} \varphi(t, t_0). \quad (6.63,a)$$

В дясната част на (6.63,a) първото отношение представлява еластичната деформация, част от която е взета вече под внимание при определяне на загубите и намирането на  $P_{m0}$ . Поради това с известно приближение може да бъде прието, че ефектът от пълзенето при продължителни въздействия е причинен само от втората част. В това допускане се съдържа известна неточност, произтичаща от факта, че в еластичната деформация, използвана при определяне на  $P_{m0}$ , не е влязла деформацията от временен товар  $\psi_2 Q$ , която участва при намиране на деформацията по (6.63,a). Освен това вместо текущия модул  $E_{cm}$  е използван тангенциалния модул  $E_c$ , който е по-голям и следователно получаваната деформация ще бъде по-малка. Като компенсация може да бъде приет коефициент на релаксация  $1,0$  вместо  $0,80$ , което означава, че коефициентът на пълзене  $\phi(t, t_0)$  ще бъде прилаган с пълната си стойност. Освен това прилагаме текущия модул и по този начин увеличаваме допълнително деформацията. Това важи само при определяне на деформацията на бетона в този случай. След направените допускания, деформацията от продължително пълзене е:

$$\frac{\sigma_{c,QP}}{E_{cm}} \phi(t, t_0) . \quad (6.63,б)$$

Напрежението в бетона на ниво център на тежестта на налягащата армировка  $\sigma_{c,QP}$  се отнася за определено сечение, когато има сцепление между бетона и армировката. Изчислява се по формулата:

$$\sigma_{c,QP}(x) = \frac{P_{m0}(x)}{A} \left(1 + \frac{Ae^2}{I}\right) - \frac{M_{GQ}(x)}{I} e , \quad (6.64)$$

в която  $M_{GQ}(x)$  е огъващ момент в сечение  $x$  от собствено тегло на елемента и от временния товар  $\psi_2 Q$ .

Напреженията на натиск в (6.64) са с положителен знак.

Ако няма сцепление между бетона и армировката напрежението  $\sigma_{c,QP}$  се определя като средно за участък с дължина  $L$ , представляващ разстоянието между две точки на закрепване на армировката. Точното изчисляване на средната стойност може да бъде извършено с интеграла:

$$\sigma_{c,QP} = \frac{1}{L} \int_L \sigma_{c,QP}(x) dx . \quad (6.65)$$

В (6.65)  $\sigma_{c,QP}(x)$  се замества по (6.64).

Деформацията в напрегнатата армировка, в резултат само на пълзенето, е:

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta P_c}{A_p E_p} . \quad (6.66)$$

Деформация в бетона е разликата между деформацията от продължителното пълзене по (6.63,a) и деформацията на опън в бетона, създавана от действието на натисковата сила  $\Delta P_c$  в напрегнатата армировка, породена от спада на напрежението в нея,

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{\varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{E_{cm}} - \left( \frac{\Delta P_c}{AE_{c, eff}} + \frac{\Delta P_c e}{IE_{c, eff}} \right) \quad (6.67)$$

Заместваме  $E_{c, eff}$  от (6.50) в (6.66) и след преработка получаваме:

$$\Delta \varepsilon_c = \frac{\varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{E_{cm}} - \frac{\Delta P_c}{AE_{cm}} \left( 1 + \frac{Ae^2}{I} \right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)] = \frac{\varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{E_{cm}} - \frac{\Delta P_c}{AE_{cm}} \chi_t \quad (6.68)$$

Като приравним деформациите по (6.66) и (6.68), получаваме:

$$\frac{\Delta P_c}{A_p E_p} = \frac{\varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{E_{cm}} - \frac{\Delta P_c}{AE_{cm}} \chi_t, \quad (6.68a)$$

откъдето намираме:

$$\Delta P_c = \frac{\varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP} A_p E_p}{E_{cm}} - \frac{\Delta P_c A_p E_p}{AE_{cm}} \chi_t = \alpha_p \varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP} A_p - \Delta P_c \alpha_p \rho_p \chi_t, \quad (6.68b)$$

$$\Delta P_c = \frac{\alpha_p \varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP} A_p}{1 + \alpha_p \rho_p \chi_t} \quad (6.69)$$

#### 6.2.4 Обща загуба, зависеща от времето

Като сумираме трите загуби, изразени с формули (6.55), (6.62) и (6.69), и заместим  $\chi_t$  по (6.54), получаваме общата загуба на напрегаща сила от продължителни въздействия:

$$\Delta P_s + \Delta P_r + \Delta P_c = \Delta P_{s+r+c} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0,8 \Delta \sigma_{pr} + \alpha_p \varphi(t, t_0) \sigma_{c, QP}}{1 + \alpha_p \rho_p \left( 1 + \frac{Ae^2}{I} \right) [1 + 0,8\varphi(t, t_0)]} \quad (6.70)$$

Разликата между изведената формула (6.70) и формула (5.46) от [1] е само в означението на ексцентрицитета на напрегащата сила. Във формулата от [1] ексцентрицитетът е записан като  $z_{cp}$ , а в извеждането на (6.70) е използван знак  $e$ .

Означенията в (6.70) са както в предишните формули. Коефициентът на пълзене може да бъде определян както за конкретно време  $t$ , така и за  $t = \infty$ .

Напреженията и деформациите на натиск в (6.70) са с положителен знак.

Ако загубата по (6.70) се отнася за част от напрегната армировка, например когато при различни траектории разглеждаме някоя от тях, напрежението  $\sigma_{c, QP}$  трябва да бъде определяно за центъра на тежестта на сечението на армировка от тази траектория. Същевременно за изчисляване на  $\rho_p$  по (6.57) участва само сечението  $A_{pi}$  на същата армировка.

### 6.2.5 Загуба от деформации във фугите на сглобяеми елементи

При сглобяеми конструкции, съставени от различни елементи, много често предварителното напрегнатата армировка изпълнява ролята на връзка между тях. В скелетно – панелната безгредова строителната система с налягане на обекта, прилагана у нас през *80-те* години на миналия век, подовата конструкция е съставена от голям брой сглобяеми елементи, съединявани само чрез напрегнатата армировка във вид на телове. Технологията за конзолно монтиране на мостови конструкции прилага също напрегнатата армировка за връзка между отделните елементи, присъединявани последователно и симетрично спрямо стълбовете. При подобен род конструкции деформациите във фугите, създадени в резултат на предварителното налягане, довеждат до скъсяване на армировката. Това обстоятелство е причина за загуба на налягане. Еластичната част от деформацията във фугите е компенсирана в момента на налягането. Пластичната част, проявяваща се във времето, остава като фактор понижаващ предварителното налягане. Загубата на сила може да бъде определена с израза:

$$\Delta P_a = \frac{A_p E_p \sum_n \delta_i}{L}, \quad (6.71)$$

в който  $\delta_i$  е деформация във фугите;

$n$  – брой на фугите;

$L$  – дължина на налягателните елементи.

Деформацията във фугите трябва да бъде приемана съгласно опитни данни. При липса на такива могат да бъдат приети стойности съгласно *“Норми за проектиране на бетонни и стоманобетонни конструкции”, 1988 г. и СНиП2.03.01.-84 „Бетонные и железобетонные конструкции“, 2003:*

- 0,3 милиметра за фуги, запълнени с бетон;
- 0,5 милиметра за сухи фуги (без запълване).

**Пример 6.7 – начални загуби на налягане и загуби, зависещи от времето, при налягане след бетониране за Т сечение**

За елемента с геометричните характеристики от пример 6.3 и 6.4, показан на фигура 6.4, да бъдат намерени всички загуби на налягаща сила за сечението в средата на елемента. Бетонът е клас *C40/50* с  $E_{cm} = 3\,500\text{ kN/cm}^2$ . Клас на цимента *N*. Налягането се извършва след бетониране при отлежаване от **6 дни**. Средна влажност на въздуха при експлоатация на конструкцията **80 %**.

Необходимите геометричните характеристики на напречното сечение са:

- площ  $A = 6100\text{ cm}^2$ ;
- инерционен момент спрямо ос  $x$ ,  $I = 1,22 \cdot 10^7\text{ cm}^4$ .

Характеристиките на армировката за налягане клас *Y1860S7* са:

- максимално опънно налягане  $f_{pk} = 1\,860\text{ MPa}$ ;
- условна граница на провлачане  $f_{p0,1k} = 1\,640\text{ MPa}$ ;
- максималното налягане при налягане:

$$\sigma_{p,\max} \leq 0,8f_{pk} = 0,8 \cdot 1860 = 1488 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{p,\max} \leq 0,9f_{p0,1k} = 0,9 \cdot 1640 = 1476 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{p,\max} = 1476 \text{ MPa} = 147,6 \text{ kN/cm}^2$$

- 23 броя въжета с общо напречно сечение  $A_p = 34,5 \text{ cm}^2$ ,
- клас 2 по релаксация: телове и въжета –  $\rho_{1000} = 2,5\%$ ;
- приета максимална напрегаща сила  $P_{\max} = 3\,974 \text{ kN}$ ;
- траектория на канала по квадратна парабола, показана с плътна линия на фигура 6.4, в средното сечение  $e = 74,3 \text{ cm}$ , в крайното сечение  $e = 0$ , аналитичен израз при изразяване на дължините в метри:

$$y = -0,0033x^2 + 0,099x;$$

- ексцентрицитетът ще бъде намален в средното сечение по дължина на елемента, поради изместването на центъра на тежестта на групата въжета нагоре с  $2,0 \text{ cm}$ .

Върху елемента действа равномерно разпределен товар със следните стойности:

- собствено тегло  $0,61.25,0 = 15,3 \text{ kN/m}$ ;
- постоянен товар  $6,0 \text{ kN/m}$ ;
- променлив товар  $16,0 \text{ kN/m}$ .
- коеф. за квазипостоянна стойност на променливото въздействие  $\psi_2 = 0,2$ .

Напрягането се извършва от левия край на елемента след бетониране при отлежаване **6 дни**. Каналообразователите са полиетиленови тръби, твърди без смазване. Армировката е от въжета и коефициентът на триене е  $\mu = 0,19$ . Стойностите за случайното ъглово отклонение за вътрешна напрегаща армировка приемаме  $k = 0,008 \text{ rad/m}$ . Деформация при заклиняване  $\delta = 0,6 \text{ cm}$ .

#### Начални загуби

От еластична деформация на бетона няма да има загуби, понеже всички въжета ще бъдат напрегнати едновременно.

#### Загуби от триене

Понеже загубата трябва да бъде определена за сечението в средата по дължината на елемента, ъгълът на промяна на посоката на напрегнатата армировка ще бъде получен като разлика от двата ъгъла – в началото на траекторията и в средното сечение. Ъглите могат да бъдат намерени от първата производна по  $x$  на аналитичния израз:

$$\frac{dy}{dx} = -2 \cdot 0,0033 \cdot x + 0,099.$$

При  $x = 0$ ,

$$\frac{dy}{dx} = \theta_1 = 0,099 \text{ rad};$$

При  $x = 15$ ,

$$\frac{dy}{dx} = \theta_2 = 0,0 \text{ rad}.$$

Ъгълът е  $\theta = \theta_1 = 0,099 \text{ rad}$ .

Същият ъгъл може да бъде получен и чрез кривината  $\theta = x/\rho$ ,  $\rho$  е радиус на кривата, по която е огъната арматурата. Като диференцираме аналитичния израз два пъти по  $x$ , получаваме:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = -0,0066 \text{ m}^{-1}.$$

Знакът няма значение, понеже търсим абсолютната стойност. При  $x = 15 \text{ m}$  ъгълът е:

$$\theta = 15 \cdot 0,0066 = 0,099 \text{ rad}.$$

При  $x = 15 \text{ m}$  показателят  $\mu(\theta + kx) = 0,19(0,099 + 0,008 \cdot 15) = 0,042 < 0,20$ .  
Прилагаме (6.36,a) и намираме загубата от триене в средното сечение:

$$\Delta P_\mu = 3974 \cdot 0,042 = 165,3 \text{ kN}.$$

*Загуби от деформации в закованите устройства*

Предполагаме, че дължината  $l$  попада в дължината на елемента. Разполагаме с  $1/\rho$  и прилагаме (6.38,a) :

$$m = P_{\max} \cdot \mu \cdot \left( \frac{1}{\rho} + k \right) = 3974 \cdot 0,19 \cdot (0,0066 + 0,008) = 11 \text{ kN/m} = 0,11 \text{ kN/cm}$$

По (6.41) определяме  $l$  :

$$l = \sqrt{\frac{E_p A_p \delta}{m}} = \sqrt{\frac{19500 \cdot 34,5 \cdot 0,6}{0,11}} = 1916 \text{ cm} = 19,16 \text{ m} < 30 \text{ m}.$$

Дължината  $l$  е по-малка от дължината на елемента.

В левия край на елемента загубата на сила е:

$$\Delta P_{sl}(x=0) = 2ml = 2 \cdot 11 \cdot 19,16 = 421,5 \text{ kN}.$$

В средното сечение на елемента загубата на сила е:

$$\Delta P_{sl}(x=15) = \Delta P_{sl}(x=0) - mx = 421,5 - 11 \cdot 15 = 256,5 \text{ kN}.$$

Стойността на напрегащата сила след приспадане на началните загуби в средното сечение е:

$$P_{m0} = 3974 - 165,3 - 256,5 = 3552,2 \text{ kN}.$$

Проверка на напрежението след първите загуби по т.5.10.3,(2) от [1] :

$$\sigma_{pm0} = 3552,2/34,5 = 103 \text{ kN/cm}^2 < 0,75f_{pk} = 0,75 \cdot 186 = 139,5 \text{ kN/cm}^2 ;$$
$$\sigma_{pm0} = 3552,2/34,5 = 103 \text{ kN/cm}^2 < 0,85f_{p0,1k} = 0,75 \cdot 164 = 123,0 \text{ kN/cm}^2 .$$

#### Загуби, зависещи от времето

##### *Деформация от съсъхване $\varepsilon_{cs}$*

По таблица 3.1. приемаме стойност на  $\varepsilon_{cd,0} = 0,00024$ .

Периметърът на напречното сечение, който е в контакт с атмосферата (за двете страници и дъното), е:

$$u = 30 + 2(100 + 28 + 30) = 346 \text{ cm} = 3\,460 \text{ mm}.$$

По (2.8) или по (B.6) от [1] изчисляваме условия размер като изразяваме площта на напречното сечение в квадратни милиметри:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 6100 \cdot 100}{3460} = 353 \text{ mm}.$$

От таблица 3.2. приемаме коефициента  $k_h = 0,74$ .

Общата крайна деформация от съсъхване за период  $t = \infty$  определяме по формула (3.8):

$$\varepsilon_{cs} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} + 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6} = 0,74 \cdot 0,00024 + 2,5(40 - 10) 10^{-6} = 0,000253.$$

#### *Загуба на напрежение от продължителна релаксация $\Delta\sigma_{pr}$*

Въздействия при квазипостоянна комбинация са:

- постоянен товар  $G = 15,3 + 6,0 = 21,3 \text{ kN/m}$ ;
- променлив товар  $0,2 \cdot 16 = 3,2 \text{ kN/m}$ .

Огъващ момент в средното сечение при квазипостоянна комбинация:

$$M = 0,125(21,3 + 3,2) \cdot 30^2 = 2\,756 \text{ kNm} = 275\,600 \text{ kNcm}.$$

Напрежение в бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка по (6.64) за средното сечение по дължина на елемента е:

$$\sigma_{c,qp}(x) = \frac{3552,2}{6100} \left(1 + \frac{6100 \cdot 72,3^2}{1,22 \cdot 10^7}\right) - \frac{275600}{1,22 \cdot 10^7} \cdot 72,3 = 2,10 - 1,63 = 0,47 \text{ kN/cm}^2.$$

По (6.58) напрежението в напрегащата армировка за средното сечение от квазипостоянна комбинация е:

$$\sigma_p(x) = \frac{3552,2}{34,5} - 0,47 \frac{19500}{3500} = 103,0 - 2,6 = 100,4 \text{ kN/cm}^2.$$

Загубата на напрежение от релаксация за **500 000 часа** при :

$$\mu = \sigma_p / f_{pk} = 100,4 / 186 = 0,54$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_p} = 0,66 \cdot \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left( \frac{t}{1000} \right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} = 0,66 \cdot 2,5 e^{9,1 \cdot 0,54} \left( \frac{500000}{1000} \right)^{0,75(1-0,54)} 10^{-5} = 0,019,$$

$$\Delta\sigma_{pr} = 100,4 \cdot 0,019 = 1,92 \text{ kN/cm}^2.$$

Загубата на напрежение е **1,9 %** спрямо стойността на  $\sigma_p$  и е по-малка от **2,5 %**, колкото е за **1 000** часа. Това е възможно, понеже нормираната загуба за **1 000** часа е определяна при  $\mu = 0,7$ . В конкретния случай, който се разглежда,  $\sigma_p$  има доста по-малка стойност, тъй като  $\mu = 0,54$ .

#### Пълзене на бетона

Напрежението в бетона на ниво център на тежестта на напрегащата армировка  $\sigma_{c,QR}$ , изчислено за средното сечение, е намерено при определяне на загубата от релаксация. Необходим е коефициентът на пълзене, който приемаме  $\varphi(\alpha, t_0) = 1,92$  чрез интерполация по таблица 2.1. за следните данни:

- отлежаване **6 дни** или  $t_0 = 6$ ;
- влажност **80 %**;
- условен размер  $h_0 = 353 \text{ mm}$ , определен при изчисляване на деформацията от съсъхване.

#### Общи загуби, зависещи от времето

Отношението на модулите на еластичност е  $\alpha = 19500 / 3500 = 5,6$ . Коефициентът на армиране за напрегнатата армировка е:

$$\rho_p = A_p / A = 34,5 / 6100 = 0,00565.$$

Разполагаме с всички необходими параметри, за да изчислим по (6.70) общата загуба на сила, причинена от съсъхване, релаксация и пълзене на бетона:

$$\Delta P_{s+r+c} = 34,5 \frac{0,000253 \cdot 19500 + 0,8 \cdot 1,92 + 5,6 \cdot 1,92 \cdot 0,47}{1 + 5,6 \cdot 0,00565 \left( 1 + \frac{6100 \cdot 72,3^2}{1,22 \cdot 10^7} \right) [1 + 0,8 \cdot 1,92]} = 34,5 \cdot 8,93 = 308,2 \text{ kN}.$$

Загубата на сила от всички фактори е:

$$\Delta P = 165,3 + 256,5 + 308,2 = 730 \text{ kN}.$$

Спрямо началната стойност на напрегащата сила снижението е **18,4 %**.

### Пример 6.8 –загуби на напрежение, зависещи от времето, за двойно Т сечение при напъгане преди бетониране

За елемента от пример 6.2 с напречно сечение, показано на фигура 6.3, да бъдат намерени загубите на напрежение, зависещи от времето, за средното сечение по дължината. Напъгащата сила в средното сечение след начисляване на всички кратковременни загуби е  $P_{m0} = 2879 \text{ kN}$ . Характеристиките на бетонно сечение:

- площ  $A = 3960 \text{ cm}^2$ ;
- инерционен момент  $I = 7,69 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$ ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на бетонното сечение  $75,1 \text{ cm}$ ;
- разстояние от долния ръб до ц. на тежестта на напрегнатата армировка  $16,8 \text{ cm}$ .

Напрегната армировка:

- високоякостни въжета *клас Y1860S7* общо *24 броя*, поставени през *4 cm*;
- еластичен модул  $E_p = 195000 \text{ MPa}(19500 \text{ kN/cm}^2)$ ;
- $\rho_{1000} = 2,5\%$  за *клас 2* по релаксация;
- напречно сечение на едно въже  $A_p = 0,93 \text{ cm}^2$ , общо сечение  $A_p = 22,3 \text{ cm}^2$ .

Върху елемента действа равномерно разпределен товар със следните стойности:

- собствено тегло  $0,396 \cdot 25,0 = 9,9 \text{ kN/m}$ ;
- постоянен товар  $16,0 \text{ kN/m}$ ;
- променлив товар  $20,0 \text{ kN/m}$ .
- коеф. за квазипостоянна стойност на променливото въздействие  $\psi_2 = 0,2$ .

Деформация от съсъхване  $\varepsilon_{cs}$

По таблица 3.1. за относителна влажност *RH 80 %* и *клас* на цимента *N* приемаме стойност на  $\varepsilon_{cd,0} = 0,00024$ .

Периметърът на напречното сечение, който е в контакт с атмосферата (за двете страници и дъното), е:

$$u = 32 + 2(34 + 10,4 + 64 + 30,6 + 20) = 350 \text{ cm} = 3500 \text{ mm}.$$

По (2.8) или по (B.6) от [1] изчисляваме условния размер:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 3960 \cdot 100}{3500} = 226 \text{ mm}.$$

От таблица 3.2. с интерполация приемаме коефициента  $k_h = 0,824$ .

Общата крайна деформация от съсъхване за период  $t = \infty$  определяме по формула (3.8):

$$\varepsilon_{cs} = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} + 2,5 (f_{ck} - 10) 10^{-6} = 0,824 \cdot 0,00024 + 2,5(40 - 10) 10^{-6} = 0,000273.$$

Загуба на напрежение от продължителна релаксация  $\Delta\sigma_{pr}$

Въздействията при квазипостоянна комбинация са:

- постоянен товар  $G = 9,9 + 16,0 = 25,9 \text{ kN/m}$ ;
- променлив товар  $0,2 \cdot 20 = 4,0 \text{ kN/m}$ .

Огъващ момент в средното сечение при квазипостоянна комбинация:

$$M = 0,125(25,9 + 4,0)20^2 = 1495 \text{ kNm} = 149500 \text{ kNcm}.$$

Напрежение в бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка по (6.64) за средното сечение по дължина на елемента е:

$$\sigma_{c,QP}(x) = \frac{2879}{3960} \left(1 + \frac{3960 \cdot 58,3^2}{7,69 \cdot 10^6}\right) - \frac{149500}{7,69 \cdot 10^6} 58,3 = 2,00 - 1,13 = 0,87 \text{ kN/cm}^2.$$

По (6.58) напрежението в напрегащата армировка за средното сечение при квазипостоянна комбинация на въздействията е:

$$\sigma_p(x) = \frac{2879}{22,3} - 0,87 \frac{19500}{3500} = 129,10 - 4,84 = 124,2 \text{ kN/cm}^2.$$

Загубата на напрежение от релаксация за **500 000 часа** при:

$$\mu = \sigma_p / f_{pk} = 124,2 / 186 = 0,67$$

$$\frac{\Delta\sigma_{pr}}{\sigma_p} = 0,66 \cdot \rho_{1000} e^{9,1\mu} \left(\frac{t}{1000}\right)^{0,75(1-\mu)} 10^{-5} = 0,66 \cdot 2,5 e^{9,1 \cdot 0,67} \left(\frac{500000}{1000}\right)^{0,75(1-0,67)} 10^{-5} = 0,0341,$$

$$\Delta\sigma_{pr} = 124,2 \cdot 0,0341 = 4,24 \text{ kN/cm}^2.$$

От тази стойност трябва да бъде извадена загубата на напрежение от релаксация, която вече е начислена. Тя е осъществена при напрегането – в пример 6.2 е определена загуба на напрежение от релаксация  $\Delta\sigma_{pr} = 29,9 \text{ MPa} \approx 3,0 \text{ kN/cm}^2$ . За загубата на напрежение от продължителна релаксация получаваме:

$$\Delta\sigma_{pr} = 4,24 - 3,00 = 1,24 \text{ kN/cm}^2.$$

#### Пълзене на бетона

Напрежението в бетона на ниво център на тежестта на напрегащата армировка, изчислено за средното сечение, е:

$$\sigma_{c,QP} = 0,87 \text{ kN/cm}^2.$$

То е намерено по-напред при определяне на загубата от релаксация. Необходим е коефициентът на пълзене, който приемаме  $\varphi(\infty, t_0) = 2,05$  чрез интерполация по таблица 2.1. за:

- отлежаване **4 дни** или  $t_0 = 4$ ;
- влажност **80 %**;

- условен размер  $h_0 = 226 \text{ mm}$ , определен при изчисляване на деформацията от съсъхване.

*Общи загуби, зависещи от времето*

Отношението на модулите на еластичност е  $\alpha = 19500/3500 = 5,57$ .

Коефициентът на армиране за напрегнатата армировка е  $\rho_p = A_p/A = 22,3/3960 = 0,00563$ .

Разполагаме с необходимите параметри, за да изчислим по (6.70) общата загуба на сила, причинена от съсъхване, продължителна релаксация и пълзене на бетона:

$$\Delta P_{s+r+c} = 22,3 \frac{0,000273 \cdot 19500 + 0,8 \cdot 1,24 + 5,57 \cdot 2,05 \cdot 0,87}{1 + 5,57 \cdot 0,00563 \left( 1 + \frac{3960 \cdot 58,3^2}{7,69 \cdot 10^6} \right) [1 + 0,8 \cdot 2,05]} = 22,3 \cdot 13,3 = 296,6 \text{ kN}.$$

Общата загуба на сила от всички фактори е:

$$\Delta P = 412,0 + 296,6 = 708,6 \text{ kN}.$$

Спрямо началната стойност на напрегащата сила снижението е **21,5 %**.

## 7. Допълнителни указания към т. 6.2.2 на БДС EN 1992-1-1 - [1]

**Допълнителни изисквания за определяне на  $v_{min}$ , при изчисляване на срязване на елементи, при които не е необходима напречна армировка по изчисление**

7.1. Изчислителната стойност на носимоспособността на срязване  $V_{Rd,c}$  се определя от:

$$V_{Rd,c} = \left[ C_{Rd,c} \cdot k (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d \quad (7.1)$$

и се приема не по-малка от:

$$V_{Rd,c} = \left[ v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d, \quad (7.2)$$

където:

$f_{ck}$  е в **MPa**,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \quad (7.3)$$

като  $d$  е в **mm**;

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w \cdot d) \leq 0,02;$$

$A_{sl}$  е площта на опънната армировка, която продължава на разстояние  $\geq (l_{bd} + d)$  - зад разглежданото сечение;

$b_w$  е най-малката широчина на напречното сечение в опънната зона в **mm**;

$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c < 0,2 \cdot f_{cd}$ , в **MPa**;

$N_{Ed}$  е нормалната сила в напречното сечение вследствие на натоварването или напрегането в  $N$  ( $N_{Ed} > 0$  при натиск). Влиянието на принудените деформации от силата  $N_E$  може да се пренебрегне;

$A_c$  е площта на бетонното напречно сечение в **mm<sup>2</sup>**;

$V_{Rd,c}$  е в  $N$ ;

$C_{Rd,c} = 0,18 / \gamma_c$ ;

$k_1 = 0,15$ ;

7.2. Изчислителната стойност на  $v_{min}$ , в зависимост от вида на елемента, е:

$$v_{min} = \frac{0,34}{\gamma_c} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (7.4)$$

за плочи, при които има напречно разпределяне на товара (с кръстосано армирани полета);

$$v_{min} = \frac{0,053}{\gamma_c} \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (7.5)$$

за греди и еднопосочно армирани плочи;

$$v_{\min} = \frac{0,35}{\gamma_c} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (7.6)$$

за шайби.

### 7.3. *Подобрена редакция*

$$v_{\min} = \frac{0,34}{\gamma_c} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (7.7)$$

за кръстосано армирани плочи, и едноръчно армирани плочи, при които има напречно разпределение на товара, т.е. разпределителната армировка (по дългата страна)  $e \geq 1/3$  от носещата армировка (по късата страна);

$$v_{\min} = \frac{0,053}{\gamma_c} \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (7.8)$$

за греди, конзолни плочи и едноръчно армирани плочи, при които няма напречно разпределение на товара, т.е. разпределителната армировка (по дългата страна)  $e < 1/3$  от носещата армировка (по късата страна);

$$v_{\min} = \frac{0,35}{\gamma_c} \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (7.9)$$

за стени и шайби.

**8. Допълнителни указания към член 6.3.2 Изчислителна процедура (при усукване), фигура 6.5 и условие (6.7N) от БДС EN 1992-1-1 - [1]**

**Определяне на ъгъла  $\theta$  на наклона на бетонните диагонални пръти във фермовия модел при сечения, подложени на усукване**

При използване на [1] за определяне на армировката при стоманобетонни сечения, подложени на чисто усукване, минималното количество армировка  $A_m = A_{sl} + A_{sw}$  се получава при ъгъл на наклона на натиснатия диагонал  $\theta = 45^\circ$ . Това се вижда от сумирането на напречната и надлъжна армировка съответно по формули (6.8) и (6.28) от [1] :

$$A_{sw} + A_{sl} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \left( \frac{s}{f_{ywd}} \operatorname{tg} \theta + \frac{u_k}{f_{yd}} \cot g \theta \right). \quad (8.1)$$

В (8.1) означенията имат следния смисъл:

$A_{sl}$  - е сечение на цялата надлъжна армировка при чисто усукване;

$A_{sw}$  - сечение на необходимата напречна армировка;

$T_{Ed}$  - изчислителна стойност на усукващия момент;

$A_k$  - площта на фигурата, заключена между осовите линии на свързаните помежду си стени, включително вътрешните кухини;

$s$  – разстояние между стремената;

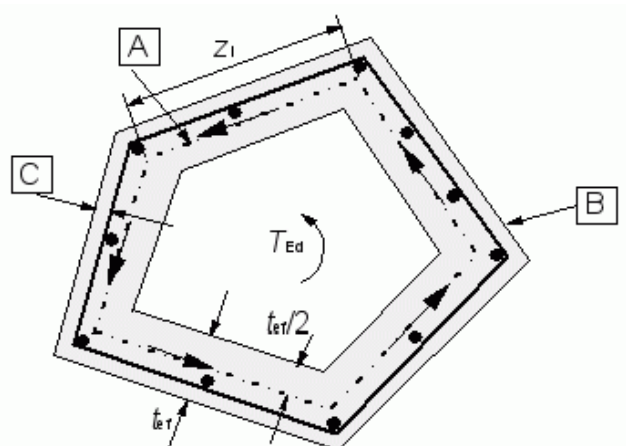
$u_k = \sum z_i$  периметър на сечението по осовите линии на стените (фигура 8.1.);

$f_{yd}$  и  $f_{ywd}$  - съответно съпротивление на стоманата на опън и на срязване;

$\theta$  – ъгъл на наклона на бетонните диагонални пръти от фермовия модел за поемане на срязващи сили съгласно фигура 6.5 от [1],  $21,8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

Изчислителните съпротивления на стоманата за стремената и за надлъжната армировка имат близки стойности и не влияят съществено на сумата в (8.1). По-значително е влиянието на  $s$  и  $u_k$ . Разстоянието между стремената  $s$  обикновено е няколко пъти по-малко от дължината на периметъра  $u_k$ . Това означава, че за  $\cot g \theta$  трябва да се търси възможно най-малката стойност, която е при  $\theta = 45^\circ$ .

Ако се цели минимизиране на армировката при комбинирано действие на срязване и усукване, трябва да се има предвид, че минималната армировка за поемане на срязването се получава при възможно по-малка стойност на  $\theta$ . При относително голяма напречна сила по отношение на усукващия момент общото количество на армировката ще бъде по-малко при по-малки стойности на  $\theta$ . Ако стойностите на усукващия момент са преобладаващи, минимизирането на необходимата армировка ще стане при по-големи стойности на ъгъла или направо при  $45^\circ$ . Веднъж приета някаква стойност на ъгъла при едно от усилията, тя трябва да бъде използвана и при изчисляването за другото усилие.



*A* – осова линия;

*B* - външен ръб на ефективното напречно сечение, периметър *u*;

*C* – бетонно покритие на армировката.

**Фигура 8.1. - Означения и величини за ефективно напречно сечение при усукване**

Необходимата напречна армировка при действие на срязваща сила  $V_{ed}$  за вертикални стремени (разположени под ъгъл от **90 градуса** спрямо надлъжната ос на елемента) с брой на срезове *m* се определя по формула (6.8) от [1] :

$$A_{sw} = \frac{V_{Ed} s}{f_{ywd} m z} \tan \theta , \quad (8.2)$$

в която  $z = 0.9 d$  - е рамо на вътрешната двойца сили ;  
*d* - полезна височина.

Като сумираме сеченията по (8.1) и (8.2), получаваме цялото сечение  $A_{s,tot}$  на армировката при едновременно действие на срязване и усукване. Параметърът, който ни интересува е ъгълът  $\theta$  на наклона на натиснатия диагонал. Търсим стойност на ъгъла, при която  $A_{s,tot}$  ще бъде най-малка. За целта приравняваме на нула първата производна спрямо  $\theta$  :

$$\frac{\partial A_{s,tot}}{\partial \theta} = \frac{T_{Ed}}{2A_k} \left( \frac{s}{f_{ywd} \cos^2 \theta} - \frac{u_k}{f_{yd} \sin^2 \theta} \right) + \frac{V_{Ed} s}{f_{ywd} m z \cos^2 \theta} = 0 . \quad (8.3)$$

Умножаваме с  $f_{ywd} \cos^2 \theta$  и получаваме уравнение за определяне на  $\theta$ :

$$\frac{T_{Ed}}{2A_k} (s - K u_k \cot^2 \theta) + \frac{V_{Ed} s}{m z} = 0 . \quad (8.4)$$

В (8.4) е означено:

$$K = \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} . \quad (8.5)$$

От (8.4) изразяваме ъгъла:

$$\operatorname{ctg}^2 \theta = \frac{s}{Ku_k} \left( 1 + \frac{V_{Ed}}{T_{Ed}} \frac{2A_k}{mz} \right) \quad (8.6)$$

или

$$\operatorname{tg}^2 \theta = \frac{Ku_k}{s \left( 1 + \frac{V_{Ed}}{T_{Ed}} \frac{2A_k}{mz} \right)}. \quad (8.7)$$

В (8.6) и (8.7) параметърът  $z$  трябва да бъде приеман за страната на сечението, при която се сумират тангенциалните напрежения от срязване и усукване.

По формули (8.6) и (8.7) получаваме големина на ъгъла, при която общата армировка ще бъде с екстремална стойност. За да сме сигурни, че този екстремум е минимум, трябва да проверим втората производна. Необходимо е тя да бъде с положителна стойност. Диференцираме още веднъж (8.3) по  $\theta$  и получаваме в резултат на преработка след умножаване с  $\cos^2 \theta$ :

$$\frac{\partial^2 A_{s,tot}}{\partial \theta^2} \cos^2 \theta = \frac{T_{Ed}}{A_k} \left( \frac{s}{f_{ywd}} \operatorname{tg}^3 \theta + \frac{u_k}{f_{yd}} \cot^3 \theta \right) + \frac{2V_{Ed}s}{f_{ywd}mz} \operatorname{tg} \theta > 0. \quad (8.3a)$$

В (8.3a) функциите  $\cos^2 \theta$ ,  $\operatorname{tg} \theta$  и  $\operatorname{ctg} \theta$  имат положителни стойности за интервала на изменение на  $\theta$ . Останалите параметри са с определени реални стойности, които не могат да бъдат отрицателни. Поради това втората производна е положителна, от което следва, че екстремумът е минимум.

### Числено изследване

Чрез формула (8.7) е проведено изследване за влиянието на отношението между срязващата сила и усукващия момент. За коефициента  $K$  по (8.5) приемаме  $K=1,0$ . Стремената са двусрезни, което е най-честа практика при усукване.

### **Вариант 1**

Разглеждаме правоъгълно сечение 25/60 сантиметра като голямата страна е по посока на срязващата сила. Необходимите параметри на сечението са:

$$\text{площ } A = 25 \cdot 60 = 1500 \text{ cm}^2;$$

$$\text{периметър } u = 2(25+60) = 170 \text{ cm}.$$

Ефективната дебелина на стената на напречното сечение, поемащо усукващия момент, е:

$$t_{ef} = \frac{A}{u} = \frac{1500}{170} = 8,8 \text{ cm}. \quad (8.8)$$

Стената с тази дебелина е разположена по периметъра на сечението. Площта, заградена от осовата линия, минаваща през средата на дебелината  $t_{ef}$ , е:

$$A_k = (25 - 8,8)(60 - 8,8) = 829,4 \text{ cm}^2, \quad (8.8a)$$

а периметърът по същата линия –  $u_k = 2(16,2 + 51,8) = 136 \text{ cm}$ .

При полезна височина  $d = 56 \text{ cm}$  за рамото на вътрешната двоица сили получаваме  $z = 0,9.56 = 50,4 \text{ cm}$ .

За намерените параметри прилагаме (8.7):

$$\operatorname{tg}^2 \theta = \frac{136}{s(1 + \frac{V_{Ed}}{T_{Ed}} \frac{829,4}{50,4})} = \frac{136}{s(1 + 16,5 \frac{V_{Ed}}{T_{Ed}})} \quad (8.9)$$

В (8.9) присъстват две променливи величини, от които зависи големината на ъгъла  $\theta$ . Едната е разстоянието между стремената  $s$ . Тя е приета 10, 15, 20 и 25 сантиметра. Другата величина е отношението  $V_{Ed}/T_{Ed}$ , което е замествано със стойности 0,5; 1,0; 2,0; 4,0 и 8,0. Това отношение се отнася за стойности на  $V_{Ed}$  в  $kN$ , а  $T_{Ed}$  в  $kNcm$ . Малките стойности отговарят на преобладаващо влияние на усукващия момент, докато големите – на срязващата сила. При заместване на  $A_k$  и  $z$  в (8.6) и (8.7) те трябва да бъдат изразени в сантиметри.

Данните от изследването са поместени в таблица 8.1.

Някои стойности на ъгъла  $\theta$  от таблицата са извън граничните. Оставени са така, но на практика в тези случаи трябва да бъдат приети граничните стойности от 21,8 или 45 градуса.

### Вариант 2

Разглеждаме същото сечение, но срязващата сила действа по посока на покъсната страна. Параметърът, който се променя, е полезната височина. При стойност  $d = 21 \text{ cm}$  за рамото на вътрешната двоица сили получаваме:

$$z = 0,9.21 = 18,9 \text{ cm}.$$

За същите параметри при новата стойност на рамото прилагаме (8.7):

$$\operatorname{tg}^2 \theta = \frac{136}{s(1 + \frac{V_{Ed}}{T_{Ed}} \frac{829,4}{18,9})} = \frac{136}{s(1 + 43,9 \frac{V_{Ed}}{T_{Ed}})}$$

Анализът на данните от таблицата при **вариант 1** показва, че за малки стойности на срязващата сила спрямо усукващия момент ъгълът  $\theta$  е голям. Обратно – при големи стойности на отношението  $V_{Ed}/T_{Ed}$  ъгълът намалява силно. Влиянието на разстоянието между стремената е по-слабо изразено. При по-малко разстояние ъгълът е по-голям и обратно – ако бъде увеличено разстоянието, ъгълът приема по-малки стойности.

Най-общия извод е, че при  $V_{Ed}/T_{Ed} \leq 0,5$  ъгълът може да бъде приеман на горната граница или  $\theta=45^\circ$ , а при  $V_{Ed}/T_{Ed} \geq 4,0$  – на долната граница или  $\theta=21,8^\circ$ . За междинни стойности следва да бъде използвана формула (8.7).

Анализът на данните при **вариант 2** показва, че при малки стойности на срязващата сила спрямо усукващия момент ( $V_{Ed}/T_{Ed} \leq 1,0$ ) следва да бъде прилагана формула (8.7), докато при по-големи стойности ( $V_{Ed}/T_{Ed} \geq 1,0$ ) за ъгъла  $\theta$  може да бъде приемана долната граница  $\theta=21,8^\circ$ .

**Таблица 8.1.**  
**Стойности на  $\theta$  при различни отношения**

$$\frac{V_{Ed}}{T_{Ed}} \left( \frac{kN}{kNcm} \right)$$

Вариант 1				Вариант 2		
$\frac{V_{Ed}}{T_{Ed}}$	$s$ (cm)	$tg^2 \theta$	$\theta^\circ$	$s$ (cm)	$tg^2 \theta$	$\theta^\circ$
0,50	10	1,47	50,5	10	0,59	37,5
	15	0,98	44,7	15	0,39	32,2
	20	0,74	40,7	20	0,29	28,3
	25	0,59	37,5	25	0,24	26,0
1,00	10	0,77	41,3	10	0,30	28,7
	15	0,52	35,8	15	0,20	24,1
	20	0,39	32,0	20	0,15	21,3
	25	0,31	29,1	25	0,12	19,2
2,00	10	0,40	32,3	10	0,15	21,3
	15	0,27	27,5	15	0,10	17,7
	20	0,20	24,1	20	0,08	15,6
	25	0,16	21,8	25	0,06	13,9
4,00	10	0,20	24,1	10	0,08	15,6
	15	0,14	20,5	15	0,05	12,8
	20	0,10	17,5	20	0,04	11,1
	25	0,08	15,9	25	0,03	10,0
8,00	10	0,10	17,5	10	-	-
	15	0,07	14,8	15	-	-
	20	0,05	12,6	20	-	-
	25	0,04	11,3	25	-	-

**Пример 8.1.**

За сечение с размери 30/55 сантиметра да бъде определен ъгълът  $\theta$ , при който армировката за срязване и усукване ще бъде минимална. Действащите усилия са  $V_{Ed} = 280,0 \text{ kN}$ ,  $T_{Ed} = 25 \text{ kNm} = 2500 \text{ kNcm}$ . Полезната височина е  $d = 51 \text{ cm}$ . Стремената са двусрезни, предвидено е нареждане през 15 сантиметра.

По (8.8) определяме:

$$t_{ef} = \frac{A}{u} = \frac{30 \cdot 55}{2(30 + 55)} = 9,7 \text{ cm};$$

$$A_k = (30 - 9,7)(55 - 9,7) = 919,6 \text{ cm}^2; u_k = 2(20,3 + 45,3) = 131,2 \text{ cm}.$$

Рамото на вътрешната двоица сили е  $z = 0,9 \cdot 51 = 45,9 \text{ cm}$ .

Приемаме  $K = 1,0$  и прилагаме (8.7) като заместваем  $T_{Ed}$  в  $kNcm$

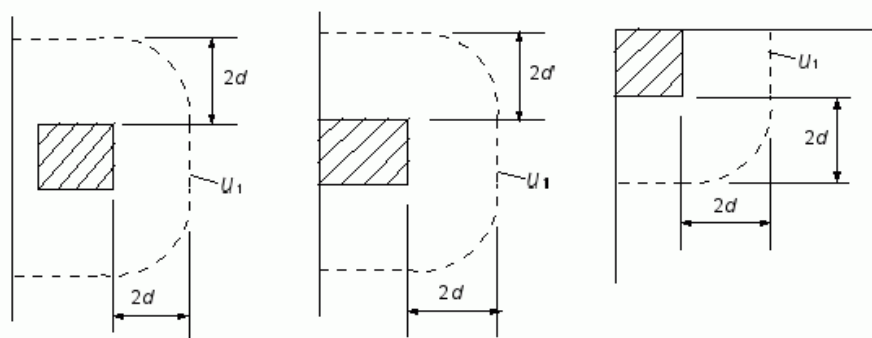
$$tg^2 \theta = \frac{1,0 \cdot 131,2}{15 \left( 1 + \frac{280}{2500} \cdot \frac{2 \cdot 919,6}{2 \cdot 45,9} \right)} = 2,70; \quad \theta = 58,7^\circ > 45^\circ.$$

Приемаме за ъгъла горната граница  $\theta = 45,0^\circ$ .

**9. Допълнителни указания към член 6.4.3 Изчисляване на срязване при продънване, (4) и (5), формула (6.40) от БДС EN 1992-1-1 - [1].**

**Препоръки за коректно определяне на редуцирания критичен периметър на продънване  $u_1$  при крайни и ъглови колони и определяне на съпротивителните моменти  $W_1$**

Основният критичен периметър  $u_1$ , за който трябва да бъде направена проверка за продънване съгласно [1], се намира на разстояние  $2d$  от контура на товарната площ или на сечението на колоната, както е показано на фигура 9.1. С  $d$  е означена полезната височина на плочата.



**Фигура 9.1. Основен критичен периметър при крайни и ъглови колони**

Формулата за определяне на срязващите напрежения  $v_{Ed}$  по критичния периметър има вида:

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_1 d} + \frac{k \Delta M_{Ed}}{W_1 d}, \quad (9.1)$$

в който  $V_{Ed}$  и  $\Delta M_{Ed}$  представляват срязваща сила и неуравновесен огъващ момент, предавани от плочата на колоната чрез срязване по периметъра  $u_1$ ;

$W_1$  - съпротивителен момент на контура на основния критичен периметър  $u_1$  както е показано на фигура 9.2., намира се с интеграла по формула (6.40) от [1]:

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl, \quad (9.2)$$

в който  $dl$  е диференциален елемент от критичния периметър;

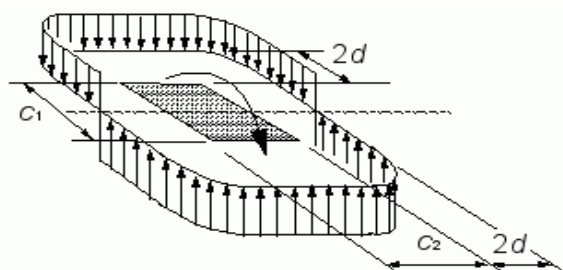
$e$  - разстояние от  $dl$  до оста, около която действа моментът  $M_{Ed}$ ;

изчисляването на  $W_1$  се извършва като за съпротивителен момент, но при пластични деформации – разпределението на напреженията е по правоъгълна диаграма за контура на периметъра  $u_1$  (фигура 9.2.);

$k$  - коефициент, който зависи от отношението на размерите на напречното сечение на колоната  $c_1$  (по посока на действие на момента) и  $c_2$  (напречно на тази посока) и от част от големината на неуравновесения момент в плочата  $\Delta M_{Ed}$ , който се предава на колоната чрез огъване и усукване, а не чрез срязване, определянето на  $k$  става по таблица 9.1.

**Таблица 9.1**  
**Стойности на  $k$  за правоъгълни товарни площи**

$c_1/c_2$	$\leq 0,5$	1,2	2,0	$\geq 3,0$
$k$	0,45	0,60	0,70	0,80

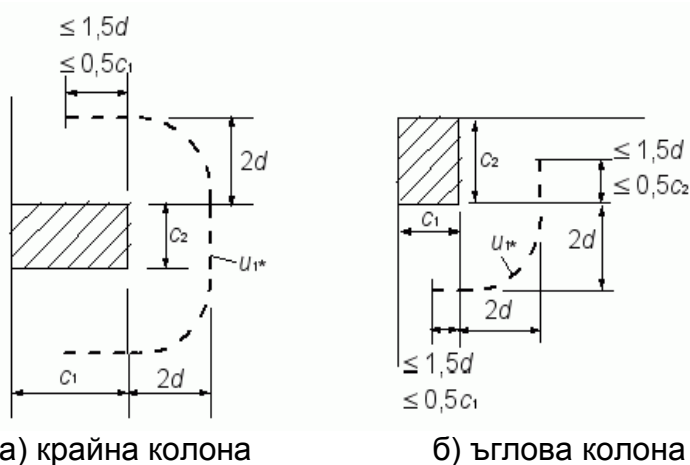


**Фигура 9.2. Разпределение на напреженията на срязване вследствие на неуравновесен момент във връзката плоча колона**

За крайни и ъглови колони, когато ексцентрицитетът, перпендикулярен на края на плочата (получен за момент, действащ в равнина перпендикулярна на края на плочата) е в посока на вътрешността и няма ексцентрицитет, успореден на края на плочата, е предоставена и друга възможност за определяне на напреженията по формулата:

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{u_{1*}d}, \quad (9.3)$$

в която  $u_{1*}$  е намален критичен периметър. Дължината на частта от намаления периметър, успоредна на страната  $c_1$ , се приема по-малката от  $1,5d$  и  $0,5c_1$ . Останалата част е както при основния критичен периметър. Същият подход се използва при определяне на намален критичен периметър в случай на ъглови колони (фигура 9.3.).



**Фигура 9.3. Намален основен критичен периметър  $u_{1*}$**

Формула (9.3) е залегнала в техническата литература, ползваща [1], тъй като предлага много лесно решение. Но с прилагането на формула (9.3) може да бъде

допусната значителна грешка за стойността на  $v_{Ed}$  и в някои случаи не в посока на сигурността или изчисленото напрежение да бъде по-малко от действителното. В други случаи може да се окаже, че изчисленото напрежение е много по-голямо от действителното, което означава излишно запасяване. Коректността на формула (9.3) може да бъде установена само при съпоставяне с формула (9.1), която е точната.

### 9.1. Крайни колони

За изчисляване на  $W_I$  е необходим центърът на тежестта на контура  $u_I$ , означен на фигура 9.4. с буквата  $c$ . Разстоянието от контура на плочата до центъра на тежестта е:

$$x_c = \frac{c_1^2 + c_2(c_1 + 2d) + 2\pi d(c_1 + 4d/\pi)}{u_1}, \quad (9.4)$$

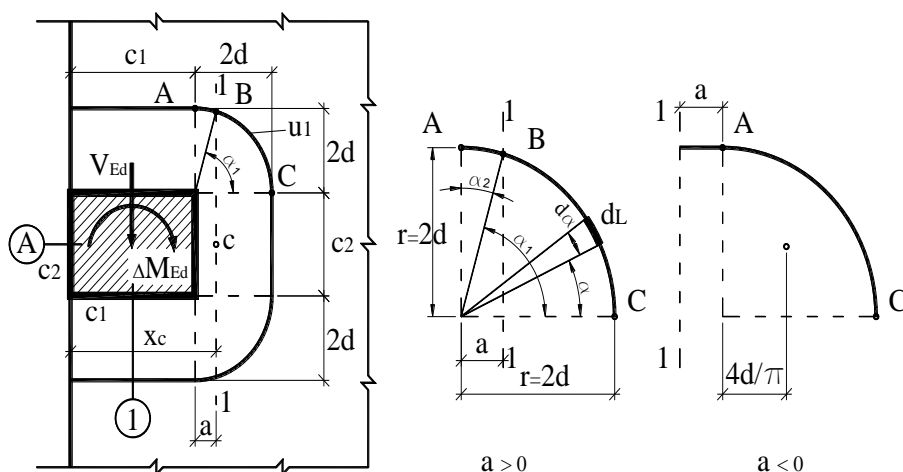
$$u_1 = 2c_1 + c_2 + 2\pi d, \quad (9.4a)$$

а от крайния ръб на сечението до центъра на тежестта е:

$$a = x_c - c_1. \quad (9.5)$$

Като заместим  $x_c$  от (9.4) в (9.5) и преработим, получаваме:

$$a = \frac{2c_2d + 8d^2 - c_1^2}{u_1}. \quad (9.6)$$



**Фигура 9.4. Основен критичен периметър при крайна колона и усилия**

Условието, за да бъде с положителна стойност разстоянието  $a$ , да бъде навън от контура на сечението на колоната, е:

$$c_1 \leq 2d \sqrt{\frac{c_2}{2d} + 2}. \quad (9.7)$$

Най-често (9.7) е изпълнено и  $a \geq 0$ .

Ъглите  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , показани на фигура 9.4., съответстващи на дъгите **BC** и **AB**, могат да бъдат намерени с изразите:

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a}{2d}, \quad \alpha_2 = \arcsin \frac{a}{2d}, \quad (\text{изразени в радиани}). \quad (9.8)$$

За частта от съпротивителния момент, дължаща се на дъговидния участък **BC** срещу ъгъл  $\alpha_1$  по схемата от фигура 9.4., прилагаме интегриране по формула (9.2) :

$$\overline{W}_1 = \int_0^{\alpha_1} 2d(2d \cos \alpha - a) d\alpha = 4d^2 \sin \alpha_1 - 2ad\alpha_1, \quad (9.9a)$$

а частта от съпротивителния момент, за дъговидния участък срещу  $\alpha_2$  :

$$\overline{W}_2 = \int_0^{\alpha_2} 2d(a - 2d \sin \alpha) d\alpha = 4d^2 (\cos \alpha_2 - 1) + 2ad\alpha_2. \quad (9.9b)$$

Съпротивителният момент на дъговидните участъци може да бъде определен сравнително просто и с малка неточност по формулите:

$$\text{за BC } \overline{W}_1 = \alpha_1 d(2d - a), \quad \text{за AB } \overline{W}_2 = \alpha_2 ad. \quad (9.10)$$

Цялата стойност на съпротивителния момент при  $a \geq 0$  е:

$$W_I = c_1^2 + 2ac_1 + c_2(2d - a) + 2(\overline{W}_1 + \overline{W}_2) \quad (9.10a)$$

Разстоянието  $a$  най-често е малко в сравнение с останалите дължини (до **15 - 20%** от дължината на  $c_1$  или от дъгата **AC**). Тогава съответната част от дъгата **AB** на криволинейния контур, може да бъде приета по права линия като продължение на страната  $c_1$ . В този случай съпротивителният момент е:

$$W_I = (c_1 + 2a)^2 + c_2(2d - a) + 2\overline{W}_1 \quad (9.10b)$$

Ако (9.7) не е изпълнено и  $a < 0$ , оста **I-I** минава през сечението на колоната. В този случай  $\alpha_1 = \pi/2$ . Частта от съпротивителния момент, дължаща се на дъговидния участък **AC** срещу ъгъла  $\alpha_1$ , може да бъде изразена чрез дължината на дъгата и разстоянието от центъра на тежестта ѝ до центъра на тежестта на критичния периметър, както е показано на фигура 9.4.:

$$\overline{W}_1 = \pi d \left( \frac{4d}{\pi} + a \right). \quad (9.11)$$

Цялата стойност на съпротивителния момент при  $a < 0$  е:

$$W_1 = (c_1 - a)^2 + a_2 + c_2(2d + a) + 2\bar{W}_1, \quad \bar{W}_1 \text{ е по (9.11)}. \quad (9.12)$$

В (9.11) и (9.12)  $a$  се замества с абсолютната стойност.

Ако бъде прието, че  $a = 0$  или ос  $I-I$  минава по вътрешния ръб на сечението на колоната, за съпротивителния момент на критичния периметър получаваме опростената формула:

$$W_1 = c_1^2 + 2c_2d + 8d^2. \quad (9.13)$$

По (9.13) стойността на съпротивителния момент се получава с грешка до 5-6%, ако  $a$  има малка дължина спрямо  $c_1$  и дъгата  $AC$ .

Трябва да се има предвид, че при крайни и ъглови колони центърът на тежестта на сечението на колоната и на критичния периметър не съвпадат. По тази причина моментът  $k\Delta M_{Ed}$ , участващ в (9.1), трябва да бъде заместен с момент  $\Delta M_{Ed,c}$ , определен за центъра на тежестта на критичния периметър или:

$$\Delta M_{Ed,c} = k[\Delta M_{Ed} - V_{Ed}(x_c - 0,5c_1)]. \quad (9.14)$$

При тези условия, за да бъде вярно (9.3), трябва да бъде изпълнено:

$$\frac{V_{Ed}}{u_{1*}d} = \frac{V_{Ed}}{u_1d} + \frac{k[\Delta M_{Ed} - V_{Ed}(x_c - 0,5c_1)]}{W_1d}. \quad (9.15)$$

След преработка получаваме:

$$u_{1*} = \frac{u_1}{\beta - \frac{ku_1(x_c - 0,5c_1)}{W_1}}, \quad (9.16)$$

$$\beta = 1 + \frac{k\Delta M_{Ed}u_1}{V_{Ed}W_1}. \quad (9.16a)$$

Коефициентът  $\beta$  е изразен по [1].

Ако в (9.16) се получи знак  $>$ , това означава, че действителното напрежение на срязване е по-голямо от изчисленото по (9.3), което е предпоставка за разрушаване и не трябва да бъде допускано.

Ако в (9.16) се получи знак  $<$ , това означава, че действителното напрежение на срязване е по-малко от изчисленото по (9.3), което представлява презапасяване.

Намереното срязващото напрежение по (9.3) ще бъде вярно, ако в (9.16) бъде получен знак за равенство. Това може да бъде изпълнено само при определена комбинация на параметрите и на усилията, което означава, че в повечето случаи постановка по (9.3) ще дава неверни резултати.

Ако са изпълнени условията по член 6.4.3 (6) от [1]:

- напречната устойчивост не зависи от рамковото действие на скелета и съседните отвори не се различават с повече от 25%, за коефициент  $\beta$  може да бъде приета стойност 1,4 съгласно фигура 6.21N от [1]. В този случай лесно може да бъде проверена коректността на (9.3). Най-често ще се окаже, че по (9.3) се получава прекалено голямо презапасяване.

## 9.2. Ъглови колони с момент, действащ по посока на страната $c_1$ .

Формулите за намиране на съответните параметри са:

$$x_c = \frac{0,5c_1^2 + c_2(c_1 + 2d) + \pi d(c_1 + 4d/\pi)}{c_1 + c_2 + \pi d}; \quad (9.17)$$

по (9.5) определяме  $a$ ;

при  $a > 0$  по (9.8) изчисляваме  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , по (9.9) намираме  $\bar{W}_1$ ,  $\bar{W}_2$ , точната стойност на съпротивителния момент е:

$$W_I = 0,5c_1^2 + c_2(2d - a) + \bar{W}_1 + \bar{W}_2; \quad (9.18,a)$$

при малка стойност на  $a$ :

$$W_I = 0,5(c_1 + a)^2 + c_2(2d - a) + \bar{W}_1; \quad (9.18,b)$$

за  $a < 0$  определяме  $\bar{W}_1$  е по (9.11), а съпротивителният момент е:

$$W_I = 0,5(c_1 - a)^2 + 0,5a^2 + c_2(2d + a) + \bar{W}_1. \quad (9.19)$$

Ако бъде прието  $a = 0$ ,

$$W_I = 0,5c_1^2 + 2c_2d + 4d^2. \quad (9.20)$$

При същите условия за **ъглова колона с момент, действащ по посока на страната  $c_2$** , могат да бъдат прилагани (9.17) до (9.20), в които само се променят индексите на страните: вместо  $c_1$  поставяме  $c_2$  и обратно; частта от съпротивителните моменти, дължаща се на дъгите  $AB$  и  $AC$ , не зависи от страните на сечението на колоната.

И при ъглови колони са валидни изводите, направени за крайни колони от проверката на условие (9.16).

**Препоръка:** Постановките на член 6.4.3 на [1], (4) и (5) относно прилагането на намален критичен периметър  $u_{I*}$ , съответно формула (9.3), не осигуряват точното определяне на срязващите напрежения по критичния периметър. В някои случаи напреженията могат да бъдат значително по-малки от действителните, което е опасно. Приоритетно е прилагането на формула (9.1) във варианта от [1] по (6.38):

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}. \quad (9.21)$$

Моментът  $k\Delta M_{Ed}$ , участващ в (6.39) от [1] за определяне на коефициента  $\beta$ , трябва да бъде заместен с момент  $\Delta M_{Ed,c}$ , изчислен за центъра на тежестта на критичния периметър по формула (9.14).

**Пример 9.1. - безредова подова конструкция с полета 7,20/6,00 m**

Разглеждаме крайна колона, така както е показана на фигура 9.4., със страни на напречното сечение:  $c_1 = 50 \text{ cm}$ ;  $c_2 = 30 \text{ cm}$ . Дебелината на плочата е  $24 \text{ cm}$ , полезната височина  $d = 20 \text{ cm}$ .

Необходимите параметри за определяне на срязвящите напрежения по (9.1) са:

$$u_1 = 2.50 + 30 + 2\pi 20 = 255,6 \text{ cm};$$

$$x_c = 57,4 \text{ cm}; a = 57,4 - 50 = 7,4 \text{ cm} > 0; \alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{7,4}{2.20} = 1,385 \text{ rad};$$

$$\overline{W}_1 = 4.20^2 \sin 1,385 - 2.7.4.20.1,385 = 1162,5 \text{ cm}^2;$$

$$W_1 = (50 + 7,4)^2 + 30(2.20 - 7,4) + 2.1162,5 = 6598 \text{ cm}^2.$$

Намаленият периметър за прилагане на (9.3) при:

$$1,5d = 30 \text{ cm} > c_1/2 = 25 \text{ cm}, \text{ и е:}$$

$$u_{1*} = 2.25 + 30 + 2\pi 20 = 205,7 \text{ cm}.$$

Проверката на (9.16) показва

$$u_{1*} = \frac{u_1}{\beta - \frac{k u_1 (x_c - 0,5 c_1)}{W_1}}, \quad 205,7 \ll \frac{255,6}{1,4 - \frac{0,66.255,6(57,4 - 0,5.50)}{6598}} = 447,2 \text{ cm}.$$

**Презапасяването е 2,2 пъти повече от необходимото.**

Ако не са изпълнени условията по член 6.4.3(6) от [1]:  
рамково действие на скелета и изчислителни усилия в колоната от вертикален товар срязваща сила  $V_{Ed} = 350 \text{ kN}$ ;

неуравновесен момент в плочата, предаван на колоната,  $\Delta M_{Ed} = 250 \text{ kNm}$ ;

отношение на страните на сечението на колоната  $c_1/c_2 = 1,67$ , по таблица 9.1. приемаме  $\kappa = 0,66$ ;

коефициент по (6.39) от [1] е:

$$\beta = 1 + \frac{k \Delta M_{Ed} u_1}{V_{Ed} W_1} = 1 + \frac{0,66.25000.255,6}{350.6598} = 2,83.$$

Проверката на (9.16) показва :

$$205,7 > \frac{255,6}{2,83 - \frac{0,66 \cdot 255,6(57,4 - 0,5 \cdot 50)}{6598}} = 127,7 \text{ cm.}$$

*Изчисленото напрежение ще бъде по-малко от действителното и носеща способност ще бъде с недостиг от 38%.*

*При участия на земетръсни въздействия, когато огъващият момент е по-голям от този при вертикален товар, коефициентът  $\beta$  ще бъде с по-голяма стойност и недостигът на носеща способност се увеличава. В конкретни случаи може да достигне 70 – 100%.*

**10. Допълнителни указания към член 7.3.2 (3) – принос на напрегащата армировка към формула (7.1) от БДС EN 1992-1-1 - [1].**

**Определяне на напрежението в напрегащата армировка при нулева деформация на бетона на ниво център на тежестта на същата армировка**

В член 7.3.4, (2) от [1] – напрежението в опънатата армировка  $\sigma_s$  може да бъде заместено с нарастването на напрежението  $\Delta\sigma_p$  в напрегащата армировка спрямо състоянието с нулева деформация в бетона на ниво център на тежестта на сечението на напрегащата армировка.

Напрежението в напрегащите елементи при нулева деформация в бетона на ниво център на тежестта на сечението на тези елементи може да бъде намерено по следния начин:

- напрежението на натиск в бетона  $\sigma_c$  на това ниво при действие само на напрегащата сила е:

$$\sigma_c = P_k \left( \frac{1}{A} + \frac{e^2}{I} \right), \quad (10.1)$$

$P_k$  е характеристична стойност на напрегащата сила с всички загуби;  
 $A$  и  $I$  – площ на напречното сечение на бетона и инерционен момент;  
 $e$  – разстояние между центровете на тежестта на сеченията на напрегнатата армировка и на бетона в разглежданото напречно сечение;

- относителната деформация на скъсяване на бетона за същото влакно е:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} = \frac{P_k}{E_{cm}} \left( \frac{1}{A} + \frac{e^2}{I} \right); \quad (10.2)$$

- за да бъде анулирана тази деформация, трябва да бъде постигната същата по големина деформация на удължаване в резултат на външни въздействия, което означава в напрегнатата армировка да бъде осъществена допълнителна деформация  $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_c$ ;
- увеличението на напрежението в напрегнатата армировка, за да бъде постигната нулева деформация в бетона на ниво център на тежестта на същата армировка, е:

$$E_p \Delta\varepsilon_p = \frac{P_k E_p}{E_{cm}} \left( \frac{1}{A} + \frac{e^2}{I} \right), \quad (10.3)$$

- общото напрежение в напрегнатата армировка, за да бъде постигната нулева деформация в бетона, е:

$$\sigma_p = \frac{P_k}{A_p} + \frac{P_k E_p}{E_{cm}} \left( \frac{1}{A} + \frac{e^2}{I} \right) = P_k \left( \frac{1}{A_p} + \frac{E_p}{E_{cm}} \left( \frac{1}{A} + \frac{e^2}{I} \right) \right). \quad (10.3a)$$

Напрежението в напрегнатата армировка при нулева деформация в бетона на ниво център на тежестта на същата армировка може да бъде прието приблизително и по формулата:

$$\sigma_p = \frac{P_k + \Delta P_{el}}{A_p}, \quad (10.3б)$$

в която  $\Delta P_{el}$  е загуба на сила от еластична деформация на бетона при налягането, определена в предходните обяснения. При анулиране на деформацията на бетона на ниво център на тежестта на налягащата армировка всъщност става възстановяване на загубата на сила от еластична деформация на бетона и основната част на  $E_p \Delta \varepsilon_p$  се дължи на  $\Delta P_{el}$ . В етапа на предварителен избор на параметрите може да бъде прието:

$$\Delta P_{el} \approx 0,05 - 0,07 P_{max}; \quad (10.3в)$$

$P_{max}$  е началната стойност на налягащата сила.

При налягане след бетониране обаче, в случая когато всички налягащи елементи са едновременно налягнати,  $\Delta P_{el} = 0$  и трябва да бъде използвана формула (10.3a). В този случай, ако налягнатата армировка е поставена по различни траектории, изчислението се извършва за обща резултантна траектория, както е разгледано в точка 6.1.2.1. [1].

**11. Допълнителни указания към член 7.3.4 от БДС EN 1992-1-1 - [1] :**  
**Изчисляване широчината на пукнатините**

**Определяне на напрежението в обикновената армировка за сечение с пукнатина и горна граница за разстоянието между пукнатините**

Големината на напрежението в обикновената армировка е основен параметър, който заедно с разстоянието между две съседни пукнатини, са необходими при изчисляване на широчината на пукнатините. Напрежението в обикновената армировка участва във формула (7.9) от [1] за намиране на разликата между средните деформации на бетона и стоманата. Чрез тази разлика и както и с разстоянието между две съседни пукнатини по формула (7.8) се извършва изчисляването на широчината на пукнатината.

За определяне големината на напрежението  $\sigma_s$  в обикновената армировка за сечение с пукнатина и горната граница за разстоянието между пукнатините ще бъде разгледана принципната постановка за връзката между напрежения и деформации в общия случай при наличие на обикновена (ненапрегната) и напрегната армировка и извеждане на израза за широчината на пукнатината.

Преди образуване на пукнатина в сечението, деформациите в двата вида армировки (обикновена и предварително напрегната, работеща със сцепление), са еднакви с тези на бетона. За напрегнатата армировка това се отнася за деформацията на удължаване, получена след нулева деформация в бетона на нивото на центъра на тежестта на напрегнатата армировка.

Напреженията в армировките, когато бетонът е достигнал максималното напрежение на опън  $f_{ct,eff}$ , са съответно (фигура 11.1.а) :

$$\sigma_{si,r} = \alpha_{es} f_{ct,eff}, \Delta\sigma_{pi,r} = \alpha_{ep} f_{ct,eff} \quad (11.1)$$

като коефициентите  $\alpha_{es}$  и  $\alpha_{ep}$  представляват отношение на еластичните модули на стоманата и бетона. Индекс  $i$  означава напрежение в стоманата за сечение, в което бетонът е достигнал якостта на опън.

В това състояние между армировките и бетона няма хлъзгане (взаимно преместване).

При образуване на първата пукнатина цялата опънна сила, разпределяна до този момент между бетона и стоманата, трябва да бъде поета само от стоманата. Общата силата за двата вида армировки в сечението с пукнатина е:

$$F_{s+p} = \sigma_{s,r} A_s + \Delta\sigma_{p,r} A_p, \quad (11.2)$$

$\sigma_{s,r}$  – напрежение в обикновената армировка в сечението с първата пукнатина;

$\Delta\sigma_{p,r}$  – прираст на напрежението в напрегнатата армировка в сечението с първата пукнатина, определен спрямо състояние на нулева деформация на бетона на ниво център на тежестта на напрегнатата армировка.

Максималните разлики, които възникват между напреженията в армировките за сечението с пукнатина и в сечение с нулево хлъзгане, са:

$$\Delta_s = \sigma_{s,r} - \sigma_{si,r} \text{ и } \Delta_p = \Delta\sigma_{p,r} - \Delta\sigma_{pi,r} \quad (11.3)$$

Разликата в силите, които поемат армировките в сечение с пукнатина и в сечението, в което бетонът работи с максималното напрежение на опън, трябва да бъдат предадени на бетона чрез напрежения на сцепление. Те възникват вследствие на проявеното хлъзгане между бетона и стоманата. На фигура 11.1.д е показана диаграмата на хлъзгане. Максималната стойност е при сечението с пукнатина и е равна на половината от широчината на пукнатината –  $0,5.w$ . Диаграмата на напрежението на сцепление е на фигура 11.1.е. В сечението, където хлъзгането  $s = 0$ , напрежението на сцепление е нулево.

Дължината на армировката, необходима за прехвърляне на силата от стоманата на бетона, се определя от условията за равенство на силите:

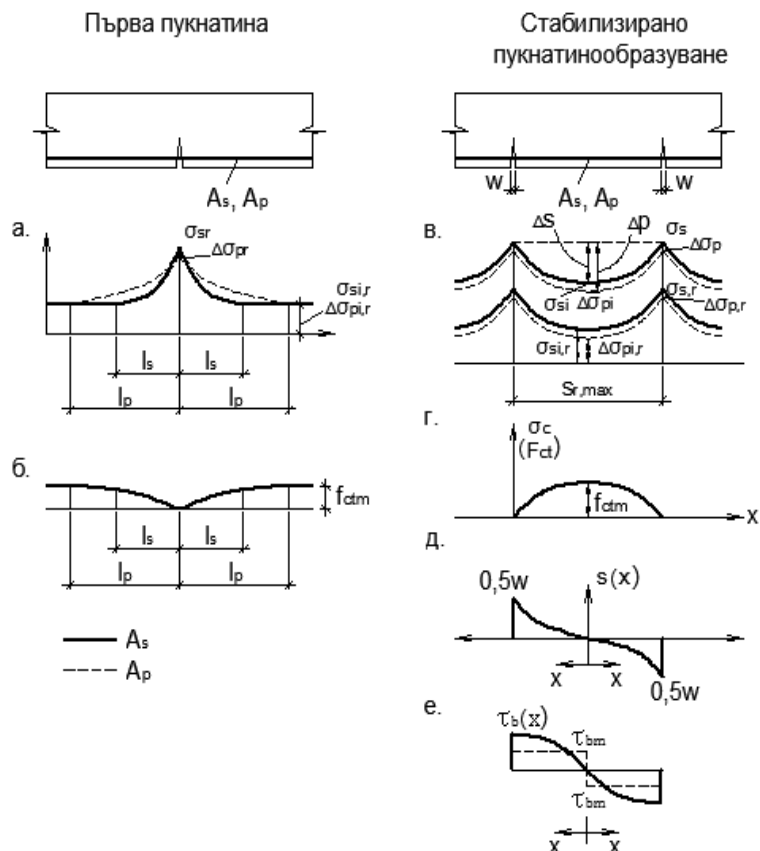
$$\Delta_s A_s = \pi \phi_s \tau_{bms} l_s ; \quad (11.3a)$$

$$\Delta_p A_p = \pi \phi_p \tau_{bmp} l_p , \quad (11.3б)$$

в които  $\phi_s$  и  $\phi_p$  са диаметри на сеченията съответно на обикновената и напрегнатата армировка;

$\tau_{bms}$  и  $\tau_{bmp}$  – средно напрежение на сцепление съответно на обикновената и напрегнатата армировка, показано с пунктир на фигура 11.1.е ;

$l_s$  и  $l_p$  – дължина от съответната армировка – обикновена и напрегната, необходима за предаване на силата, дължините са показани на фигура 11.1.а.



**Фигура 11.1 Напрежения в армировките и бетона в опънната зона на сечението**

При образуване на втората и следващите пукнатини се оформят разстоянията между пукнатините. Най-голямото може да бъде  $s_{r,max} = 2l_s (= 2l_p)$ . Когато са проявени всички пукнатини (състояние на стабилизирано пукнатинообразуване), напреженията в армировките за сечение с пукнатина достигат стойностите  $\sigma_s$  и  $\Delta\sigma_p$  съответно за обикновената и напрегнатата армировка, а минималните стойности за сечение между две пукнатини са  $\sigma_{si}$  и  $\Delta\sigma_{pi}$  (фигура 11.1.в). Максималните разлики  $\Delta_s$  и  $\Delta_p$  между най-голямата и най-малката стойност на напреженията остават същите както при образуване на първата пукнатина, тъй като максималната носеща способност на бетона на опън  $F_{ct} = f_{ct,eff} A_{c,eff}$  не е променена и е в сила условието за равновесие:

$$\Delta_s A_s + \Delta_p A_p = f_{ct,eff} A_{c,eff}. \quad (11.4)$$

$A_{c,eff}$  е ефективната площ на бетона в опънната зона, определена в обясненията по член 7.3.2 от [1].

За това състояние очевидно дължината на предаване на силата от стоманата на бетона трябва да бъде еднаква за двата вида армировки или:

$$l_s = l_p = 0,5s_{r,max}. \quad (11.5)$$

Като заместим тези дължини в уравнения (11.3а и б), изразим сеченията на армировките:

$$A_s = \frac{\pi\phi_s^2}{4}, \quad A_p = \frac{\pi\phi_p^2}{4}. \quad (11.5)$$

и разделим почленно първото на второто, получаваме условие за отношението на разликите  $\Delta_s$  и  $\Delta_p$ :

$$\frac{\tau_{bms}}{\tau_{bmp}} = \frac{\Delta_s \phi_s}{\Delta_p \phi_p}, \quad (11.6)$$

Приемаме  $\xi_1 = \sqrt{\xi \frac{\phi_s}{\phi_p}}$ , както е по формула (7.5) от [1], в която  $\xi = \tau_{bmp} / \tau_{bms}$  и за разликите в напреженията получаваме опростения израз:

$$\Delta_p = \xi_1^2 \cdot \Delta_s. \quad (11.7)$$

Заместваме (11.7) в (11.4) и намираме стойността на  $\Delta_s$ :

$$\Delta_s = f_{ct,eff} \frac{A_{c,eff}}{A_s + \xi_1^2 A_p} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}}. \quad (11.8)$$

В последния израз  $\rho_{p,eff}$  е ефективен коефициент на армиране, определен за ефективната площ на опънната зона на бетона. За сечението на  $A_p$  приемаме само част от напрегнатата армировка, означена с  $A_p'$ , която попада в ефективната площ на бетона. По този начин  $\rho_{p,eff}$  ще бъде изразен точно по формула (7.10) от [1].

Диаграмата  $\Delta_s(x)$  за разликата в напреженията на обикновената армировка между пукнатините е подобна на диаграмата на промяна на опънната сила в бетона  $F_{ct}(x)$  по фигура 11.1.г. Силата в сечение  $x$  може да бъде определена с интеграла:

$$F_{ct}(x) = \pi \phi_s \int_0^x \tau_{bs}(x) dx. \quad (11.9)$$

Напрежението на сцепление съгласно формулата на *Ciampi, Eligehausen, Bertero, Popov*, приета в *Model Code 90*, е:

$$\tau_{bs}(x) = \tau_{b,max} \left[ \frac{s(x)}{s_1} \right]^\alpha, \quad (11.10)$$

в която  $s(x)$  е големина на хлъзгането в сечение  $x$ ;

$s_1 = 0,6 \text{ mm}$  ;

$\alpha = 0,4$  за обикновена и  $\alpha = 0,3$  за напрегната армировка;

$\tau_{b,max}$  – максимално напрежение на сцепление, прието е  $\tau_{max} = 2 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ .

При стойности  $s(x) > s_1$ , изразът за  $\tau_{bs}(x)$  има друг вид, но при широчина на пукнатините до  $w = 0,3-0,4 \text{ mm}$  максималният размер на хлъзгането  $s_{max} = 0,5w$  не би превишил  $s_1$ .

За изразяване на хлъзгането са използвани две формули:

по *Krips* 
$$s(x) = \frac{w}{2} \left( \frac{x}{l_s} \right)^{\frac{2}{1-\alpha}}; \quad (11.11)$$

по *König u Tue* 
$$s(x) = \frac{w}{2} \left( \frac{2x}{s_{r,max}} \right)^\lambda; \quad (11.12)$$

$$\lambda = \frac{2}{1-\alpha} \quad \text{при първа пукнатина};$$

$$\lambda = \frac{1+\alpha}{1-\alpha} \left( \frac{F_{cr}}{F} \right)^{1.5} + 1 \quad \text{при стабилизирано пукнатинообразуване};$$

$F_{cr}$  – сила в армировките за сечение с пукнатина при образуване на първа пукнатина;

$F$  – същата сила при стабилизирано пукнатинообразуване;

$x$  – се измерва от сечението с нулево хлъзгане (средата на разстоянието между пукнатините).

При използване на втората зависимост - по *König и Tue* - при стабилизирано пукнатинообразуване може да бъде прието отношението  $F_{cr}/F \approx 0,67$ . За  $\alpha = 0,4$  получаваме  $\lambda = 2,27$ . При широчина на пукнатината  $w = 0,2 \text{ mm}$ , което представлява граничната стойност за предварително напрегнати елементи, за силата, поемана от ефективното бетонно сечение, като извършим интегрирането, получаваме израза:

$$F_{ct}(x) = 0,255\pi\phi_s\tau_{b,\max}\left[l_s - \frac{(l_s - x)^{1,91}}{l_s^{0,91}}\right]. \quad (11.13)$$

Понеже във формулите за  $\tau_{bs}(x)$  и  $s(x)$  големината на  $x$  е измервана от средата на разстоянието между пукнатините към сечението с пукнатина, а при израза за силата  $F_{ct}(x)$  измерването е от сечението с пукнатината към средата на разстоянието между пукнатините, при заместване на  $\tau_{bs}(x)$  в интеграла е поставен аргумент  $l_s - x$  вместо  $x$ . Изразът по (11.13) може много точно да бъде апроксимиран с квадратна парабола от вида:

$$F_{ct}(x) = \pi\phi_s\tau_{b,\max}\left[0,490\frac{x}{l_s} - 0,235\left(\frac{x}{l_s}\right)^2\right]. \quad (11.13a)$$

Подобна зависимост се получава и при по-малко отношение на силите, например  $F_{cr}/F \approx 0,333$  (силата в армировката при меродавната комбинация е три пъти по-голяма от тази, при която се получава първата пукнатина). В този случай за  $\alpha = 0,4$ :

$$\lambda = \frac{1+\alpha}{1-\alpha}\left(\frac{F_{cr}}{F}\right)^{1,5} + 1 = 1,45, F_{ct}(x) = 0,309\pi\phi_s\tau_{b,\max}\left[l_s - \frac{(l_s - x)^{1,58}}{l_s^{0,58}}\right] \quad (11.13б)$$

Зависимостта (11.13б) за силата, поемана от бетона, може да бъде заместена с голяма точност с квадратната парабола:

$$F_{ct}(x) = 0,309\pi\phi_s\tau_{b,\max}\left[0,502\frac{x}{l_s} - 0,193\left(\frac{x}{l_s}\right)^2\right]. \quad (11.13в)$$

Както се вижда от (11.13a) и (11.13в) нарастването на опънната сила  $F_{ct}(x)$ , поемана от бетона, може да бъде прието във функция на квадратна парабола.

След като разликата в напреженията за обикновената армировка  $\Delta_s(x)$  между пукнатините, е подобна на диаграмата на промяна на силата в бетона  $F_{ct}(x)$  и представлява квадратна парабола, средната разлика в напреженията ще бъде:

$$\Delta_{sm} = 0,67\Delta_s = 0,67\frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}}. \quad (11.14)$$

Същата средна разлика може да бъде получена и по *König* и *Tue* като приложим интеграла:

$$\alpha_b\Delta\varepsilon_s = \frac{1}{l_s}\int_0^{l_s}\Delta\varepsilon_s(x)dx, \quad (\Delta\varepsilon_s = \frac{\Delta_s}{E_s}), \quad (11.15)$$

в който  $\Delta\varepsilon_s(x) = \Delta_s(x)/E_s$ , а  $\Delta_s(x)$  се определя от условието за равновесие:

$$\Delta_s(x) \cdot \frac{\pi}{4} \phi_s^2 = \pi \cdot \phi_s \cdot \int_0^x \tau_{bs}(x) \cdot dx. \quad (11.16)$$

Като бъде заместен изразът за  $\Delta_s(x)$  и бъде извършено интегрирането, за коефициента  $\alpha_b$  намираме:

$$\alpha_b = \frac{1 + \alpha\lambda}{2 + \alpha\lambda}. \quad (11.17)$$

При първа пукнатина получаваме  $\alpha_b = 0,70$ , а при стабилизирано пукнатинообразуване, за отношение  $F_{cr}/F \approx 0,67$ ,  $\alpha_b = 0,66$ .

Средната деформация на обикновената армировка за разстоянието между пукнатините е:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,67 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{p,eff}}. \quad (11.18)$$

За средната деформация на бетона между пукнатините, при постановката, че ефективната площ на бетонното сечение е постоянна за цялото разстояние ( хипотеза, приета в [1], която подлежи на допълнително изследване) и нарастването на силата  $F_{ct}(x)$  в бетона е по квадратна парабола, получаваме:

$$\varepsilon_{sm} = 0,67 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_{cm}}. \quad (11.19)$$

При направените извеждания разликата между средните деформации на обикновената армировка и бетона за разстоянието между две съседни пукнатини е:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,67 \frac{f_{ct,eff}}{E_s \rho_{p,eff}} - 0,67 \frac{f_{ct,eff}}{E_{cm}}. \quad (11.20)$$

След преработка получаваме:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - 0,67 \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_{es} \rho_{p,eff})}{E_s}. \quad (11.21)$$

Разликата между (11.21) и формула (7.9) от [1] е в коефициента  $0,67$ . По [1] той е  $0,60$  при кратковременно действие и  $0,40$  при продължително. При продължително действие широчината на пукнатината нараства, поради пълзенето на бетона.

В изследванията на *F. Leonhardt* е прието, че сцеплението между бетона и армировката е силно намалено в зоните непосредствено до пукнатините по причина на проявени напречни микропукнатини от ребрата на армировъчните пръти към бетона. Участъците с намаленото сцепление са с дължина от  $2\phi_s$  до  $4\phi_s$ . Ако бъде прието, че тези участъци са общо  $10\%$  от разстоянието между две съседни пукнатини, за коефициента се получава стойност  $0,603$ . С тази поправка (11.21) и формула (7.9) от [1] добиват еднакъв вид.

Максималната дължина, необходима за предаване на силата от стоманата на бетона, може да бъде намерена от равновесното условие (11.3a) за обикновената армировка. Като заместим в него:

$$\Delta_s = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \quad \text{и} \quad A_s = \frac{\pi}{4} \phi_s^2, \quad (11.22)$$

получаваме:

$$l_s = \frac{f_{ct,eff}}{4\tau_{bms}\rho_{p,eff}} \phi_s. \quad (7.29,в)(11.23)$$

В *Model Code 90* е заложено  $\tau_{bms} = 1,8f_{ctm}$ . Тъй като може да бъде прието  $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ , за закотвящата дължина получаваме:

$$l_s = \frac{1}{7,2\rho_{p,eff}} \phi_s \quad (11.24)$$

и съответно максималното разстояние между пукнатините:

$$s_{r,max} = 2l_s = \frac{1}{3,6\rho_{p,eff}} \phi_s. \quad (11.25)$$

Този израз е залегнал в *DIN – 1045* като горна граница на разстоянието между пукнатините, наред с тези по формули (7.11) и (7.14) от [1]. Ако по последните бъде получена по-голяма стойност, в изчисленията за широчината на пукнатината трябва да участва стойността:

$$\frac{1}{3,6\rho_{p,eff}} \phi_s \quad (11.26)$$

За да определим напрежението  $\sigma_s$  в обикновената армировка за сечение с пукнатина, представяме разликите в напреженията съгласно (11.3a и б) като поставяме:

$$l_s = \frac{s_{r,max}}{2} \quad \text{и} \quad l_p = \frac{s_{r,max}}{2}, \quad (11.27)$$

а съответните сечения заместяваме във вида:

$$A_s = \frac{\pi\phi_s^2}{4}, \quad A_p = \frac{\pi\phi_p^2}{4}. \quad (11.28)$$

и получаваме:

$$\Delta_s = 2s_{r,max} \frac{\tau_{bms}}{\phi_s}, \quad \Delta_p = 2s_{r,max} \frac{\tau_{bmp}}{\phi_p}. \quad (11.29)$$

Средните напрежения в армировките за разстоянието между пукнатините са:

$$\sigma_{sm} = \sigma_s - \beta \Delta_s = \sigma_s - \beta 2s_{r,max} \frac{\tau_{bms}}{\phi_s}; \quad (11.30)$$

$$\Delta \sigma_{pm} = \Delta \sigma_p - \beta \Delta_p = \Delta \sigma_p - \beta 2s_{r,max} \frac{\tau_{bmp}}{\phi_p}. \quad (11.31)$$

Коефициентът  $\beta$  зависи от диаграмата на опънното напрежение в бетона. По-напред е показано, че той приема стойност **0,67** (или **0,60**).

Тъй като разстоянието между пукнатините е еднакво както за обикновената, така и за напрегнатата армировка, широчината на пукнатината, изчислена чрез деформациите и в обикновената и в напрегнатата армировка трябва също да бъде еднаква, в сила е равенството:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{pm} - \varepsilon_{cm}, \quad (11.32)$$

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{pm}. \quad (11.33)$$

Като изразим последното условие (11.33), получаваме уравнението:

$$\sigma_s - \beta 2s_{r,max} \frac{\tau_{bms}}{\phi_s} = \Delta \sigma_p - \beta 2s_{r,max} \frac{\tau_{bmp}}{\phi_p}, \quad (11.34)$$

от което можем да намерим  $\Delta \sigma_p$ :

$$\Delta \sigma_p = \sigma_s - \beta \cdot 2 \cdot s_{r,max} \left( \frac{\tau_{bms}}{\phi_s} - \frac{\tau_{bmp}}{\phi_p} \right). \quad (11.35)$$

Изваждаме пред скобите  $\tau_{bms}/\phi_s$ , преработваме и за напрежението в напрегнатата армировка получаваме:

$$\Delta \sigma_p = \sigma_s - \beta \cdot 2 \cdot s_{r,max} \cdot \frac{\tau_{bms}}{\phi_s} \cdot (1 - \xi_1^2). \quad (11.36)$$

Общата опънна сила, действаща в двете армировки за сечение с пукнатина, може да бъде представена с израза:

$$F_{s+p} = \sigma_s \cdot A_s + \left[ \sigma_s - \beta \cdot 2 \cdot s_{r,max} \cdot \frac{\tau_{bms}}{\phi_s} \cdot (1 - \xi_1^2) \right] \cdot A_p = \sigma_s \cdot (A_s + A_p) - \beta \cdot 2 \cdot s_{r,max} \cdot \frac{\tau_{bms}}{\phi_s} \cdot (1 - \xi_1^2) \cdot A_p. \quad (11.37)$$

От последното условие определяме напрежението в обикновената армировка:

$$\sigma_s = \frac{F_{s+p}}{A_s + A_p} + \beta \cdot 2 \cdot s_{r,max} \cdot \frac{\tau_{bms}}{\phi_s} \cdot (1 - \xi_1^2) \cdot \frac{A_p}{A_s + A_p}. \quad (11.38)$$

Изразът:

$$(1 - \xi_1^2) \frac{A_p}{A_s + A_p}, \quad (11.39)$$

представяме като:

$$\left( 1 - \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_s + A_p} \right). \quad (11.40)$$

Разстоянието между пукнатините определяме чрез (11.23):

$$s_{r, \max} = 2.l_s = \frac{f_{ct, \text{eff}} A_{c, \text{eff}} \phi_s}{2\tau_{bms} (A_s + \xi_1^2 A_p)}. \quad (11.41)$$

Поставяме двата изрази в условието за  $\sigma_s$  и след преработка получаваме формулата:

$$\sigma_s = \sigma_{s2} + \beta.f_{ct, \text{eff}} \cdot \left( \frac{1}{\rho_{p, \text{eff}}} - \frac{1}{\rho_{tot}} \right), \quad (11.42)$$

В КОЯТО:

$$\sigma_{s2} = \frac{F_{s+p}}{A_s + A_p}; \quad (11.43)$$

$$\rho_{p, \text{eff}} = \frac{A_s + \xi_1^2 A_p}{A_{c, \text{eff}}}, \quad (11.44)$$

както е по (7.10) от [1] с разлика, че в нея е записано  $A_p'$  за сечението на напрегнатата армировка като се разбира само тази част, която участва в ефективната зона на бетона;

$$\rho_{tot} = \frac{A_s + A_p}{A_{c, \text{eff}}}. \quad (11.45)$$

Формула (11.42) е вярна при условие, че центровете на тежестта на двете армировки – обикновена и напрегната – съвпадат. Ако те са на различни нива, трябва да бъде определен общ център на тежестта, разположен на разстояние  $d_r$  от горния ръб на сечението, определян с изрази:

$$d_r = \frac{\chi A_p d_p + A_s d_s}{\chi A_p + A_s}, \quad (11.46)$$

$$\chi = \frac{d_p - x}{d_s - x}, \quad (11.47)$$

коефициент, вземащ под внимание различната полезна височина при обикновената армировка  $d_s$  и напрегнатата армировка  $d_p$ ;

$x$  – височина на натисковата зона, ако не е известна предварително, може да бъде прието  $\chi = 0,82 - 0,88$ .

Общата сила  $F_{s+p}$ , действаща в опънната зона на напречното сечение, с приложна точка на разстояние  $d_r$  от горния ръб на сечението, се изчислява по формулата:

$$F_{s+p} = \frac{M_{Eds}}{z} - N_{Ed}, \quad (11.48)$$

$M_{Eds}$  е огъващ момент от съответната комбинация на въздействията за центъра на тежестта на приведеното сечение на армировката с участие на напрегащата сила;

$z$  – рамо на вътрешната двоица сили в сечението при полезна височина  $d_r$ , точното определяне е трудоемко и като приближение може да бъде приемано  $z = 0,9d_r$ ;

$N_{Ed}$  – обща нормална сила с участие на силата от съответната комбинация и на напрегащата сила, при натиск се приема положителна, при опън – отрицателна.

Формула (11.42) е залегнала в нормативния документ на Германия *DIN 1045-1*, разглеждащ постановките на [1]. Единствената разлика в нея е приемането  $\beta = 0,40$ .

За определяне на напрежението в армировките за сечение с пукнатина може да бъде използвана и постановката от следващото обяснение, свързано с напрегнатото и деформирано състояние за сечение с пукнатина.

## 12. Определяне на напрегнатото и деформирано състояние за сечение с пукнатина по БДС EN 1992-1-1 - [1]

Напрегнатото и деформирано състояние за сечение с пукнатина е необходимо при проверка на напреженията и при определяне на кривините, чрез които могат да бъдат изчислени деформациите в елементите.

При сечение с нормална пукнатина опънната зона в бетона е изключена от работа. Опънните сили са поемани изцяло от армировката – обикновена и напрегната. За да бъде определено напрегнатото състояние в сечението се използват равновесните условия. Необходими са два параметъра, чрез които могат да бъдат намерени деформациите и напреженията по цялата височина на сечението. За неизвестни параметри обикновено се приемат височината на натисковата зона и деформацията в крайното натиснато влакно или напрежението в същото  $\sigma_{c,max}$ . Валидна е хипотезата на *Бернули* за равнинност на сечението след деформацията. В експлоатационно състояние напреженията в бетона са пропорционални на деформациите. Диаграмата на напреженията в натисковата зона е линейна (по триъгълник или трапец), което позволява лесното определяне на напрежението за всяко влакно по височината. Напреженията в обикновената армировка и прираста на напреженията в напрегнатата армировка са пропорционални на деформациите в тях, които биват определяни чрез двата начални параметъра. По-нататък са разгледани условията за намиране на тези параметри.

### Двойно Т и Т – сечение

Съществено опростяване на решението може да бъде постигнато, ако бъде прието, че в сечението няма преходни трапецовидни части или части със закръглявания между поясите и стеблото. Приносът на трапецовидната част към усилията е по-малък в сравнение с този на пояса, така че ще бъде допусната незначителна грешка, ако разглеждаме сечението съставено само от пояси и стебло. Към пояса може да бъде прибавена площта на трапецовидната част. Пренебрегваме пояса в опънната зона на сечението, тъй като тази зона е напукана, и предполагаем, че сечението е съставено само от натиснат пояс и стебло.

Допълнително опростяване е приемането на обща опънна сила като резултат на опънните сили, възникващи в обикновената и напрегнатата армировка. Ако те са на различни нива, трябва да бъде определена обща приложна точка, разположена на разстояние  $d_r$  от горния ръб на сечението, изчислявана с израза:

$$d_r = \frac{\chi A_p d_p + A_{s1} d_s}{\chi A_p + A_{s1}}, \quad (12.1)$$

където:

$$\chi = \frac{d_p - x}{d_s - x}, \quad (12.2)$$

коэффициент, вземащ под внимание различната полезна височина при обикновената армировка  $d_s$  и напрегнатата армировка  $d_p$ ;

$x$  – височина на натисковата зона, понеже тя не е известна, предварително може да бъде прието:

$$\chi = 0,82 - 0,85.$$

Ако искаме по-голяма точност, сечението на напрегнатата армировка  $A_p$  от формулата за  $d_r$  трябва да бъде умножено с коефициент  $E_p/E_s$ . Тъй като това отношение е много близо до  $1,0$ , практически няма да има голяма грешка, ако този коефициент не бъде използван.

След намиране на височината на натисквата зона, трябва да бъде проверена приетата предварително стойност на  $\chi$ .

В извежданията по-нататък са използвани означенията:

$\sigma_{c,max}$  – напрежение в бетона за горния натиснат ръб;

$\sigma_1$  – натисково напрежение в бетона на ниво долен ръб на пояса;

$b_f$  – широчина на пояса в натиснатата зона;

$h_f$  – височина (дебелина) на пояса в натиснатата зона;

$b_w$  – широчина (дебелина) на стеблото ;

$x$  – височина на натисквата зона;

$d_p$  – полезна височина за напрегнатата армировка;

$d_s$  – полезна височина за обикновената армировка;

$d_1$  – разстояние от центъра на тежестта на сечението на долната армировка до крайния ръб;

$d_2$  – разстояние от центъра на тежестта на сечението на горната армировка до крайния ръб;

$e$  – ексцентрицитет на напрегащата сила спрямо центъра на тежестта на сечението;

$\alpha_{es} = E_s/E_{cm}$ .

Дебелината на стеблото  $b_w$  изразяваме чрез широчината на пояса  $b_f$ :

$$b_w = nb_f, \quad n < 1,0. \quad (12.3)$$

Напрежението в бетона на ниво долен ръб на пояса е:

$$\sigma_1 = \sigma_{c,max} \frac{x - h_f}{x}, \quad (12.4)$$

а силите в отделните елементи на сечението са:  
натисната зона, разгледана с широчината на пояса,

$$\frac{\sigma_{c,max}}{2} b_f \cdot x; \quad (12.5)$$

части от натиснатата зона под пояса, попадащи извън стеблото, силата от които трябва да бъде приспадната от общата сила:

$$0,5 \cdot (1 - n) \cdot b_f \cdot (x - h_f) \cdot \left(1 - \frac{h_f}{x}\right) \cdot \sigma_{c,max}; \quad (12.6)$$

обща опънна сила, включваща силата в обикновената армировка и нарастването на силата в напрегнатата армировка:

$$\alpha_{es} \cdot \sigma_{c,max} \cdot \frac{d_r - x}{x} \cdot (A_{s1} + \chi A_p) \quad (12.7)$$

горна армировка:

$$\alpha_{es} \cdot \sigma_{c,max} \cdot \frac{x-d_2}{x} \cdot A_{s2} \cdot \quad (12.8)$$

За неизвестни параметри приемаме:

- най-голямото натисково напрежение в бетона  $\sigma_{c,max}$ ;
- височината на натисковата зона  $x$ .

Равновесното условие за сума от силите е:

$$0,5 \cdot b_f \cdot x - 0,5(1-n)b_f(x-h_f) \left(1 - \frac{h_f}{x}\right) + \alpha_{es} \frac{x-d_2}{x} A_{s2} - \alpha_{es} \frac{d_r-x}{x} (A_{s1} + \chi A_p) = \frac{P_k}{\sigma_{c,max}} \quad (12.9)$$

Равновесното условие за сума от моменти спрямо приложената точка на силите в опънната зона е:

$$0,5b_f x \left(d_r - \frac{x}{3}\right) - 0,5(1-n)b_f(x-h_f) \left(1 - \frac{h_f}{x}\right) \left(d_r - h_f - \frac{x-h_f}{3}\right) + \alpha_{es} \frac{x-d_2}{x} A_{s2} (d_r - d_2) = \frac{M_{Ed} + P_k(d_r - d_p)}{\sigma_{c,max}} \quad (12.10)$$

Умножаваме (12.9) с:

$$\frac{M_{Ed} + P_k(d_r - d_p)}{P_k} = e_p, \quad (12.11)$$

след което приравняваме левите части на двете уравнения. Разделяме с  $b_f d_r^2$  и заместваме:

$$x = \xi d_r, h_f = m \cdot d_r, d_2 \approx 0,07 \cdot d_r, \rho = \frac{\chi A_p + A_{s1}}{b_f d_r}, \rho_2 = \frac{A_{s2}}{b_f d_r}, n = \frac{b_w}{b_f} \quad (12.12)$$

Като преработим, стигаме до израза:

$$0,5\xi - 0,5(1-n)(\xi - m) \left(1 - \frac{m}{\xi}\right) + \alpha_{es} \rho_2 \left(1 - \frac{0,07}{\xi}\right) - \alpha_{es} \rho \left(\frac{1}{\xi} - 1\right) = \\ = \frac{d_r}{e_p} \left[ 0,5 \xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) - 0,5(1-n)(\xi - m) \left(1 - \frac{m}{\xi}\right) \left(1 - m - \frac{\xi - m}{3}\right) + \alpha_{es} \rho_2 \left(1 - \frac{0,07}{\xi}\right) 0,93 \right] \quad (12.13)$$

След заместване на конкретните параметри при някакво сечение, за определяне на височината на натисковата зона получаваме кубично уравнение от вида:

$$A\xi^3 + B\xi^2 + C\xi = D. \quad (12.14)$$

Ако бъде прието за сечението на горната армировка  $A_{s2} \approx 0,3(A_{s1} + \chi A_p)$ , условие (12.13) става:

$$0,5\xi - 0,5(1-n)(\xi - m)\left(1 - \frac{m}{\xi}\right) + \alpha_{es} \rho \left(1,3 - \frac{1,02}{\xi}\right) = \\ = \frac{d_r}{e_p} \left[ 0,5 \xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) - 0,5(1-n)(\xi - m)\left(1 - \frac{m}{\xi}\right) \left(1 - m - \frac{\xi - m}{3}\right) + \alpha_{es} \rho \left(0,28 - \frac{0,02}{\xi}\right) \right] \quad (12.15)$$

По формула (12.15) могат да се изготвят таблици за определяне на  $\xi$  при  $T$  и двойно  $T$  сечение в зависимост от параметрите  $n$ ,  $m$ ,  $d_r/e_p$  и  $\alpha_{es} \rho$ . Където разстоянието  $e_p$  представлява:

$$e_p = \frac{M_{Ed}}{P_k} + d_r - d_p. \quad (12.16)$$

Максималното напрежение в бетона получаваме от (12.9) като заместим  $x = \xi d_r$ .

### Правоъгълно сечение

Във формула (12.13) трябва да бъдат пропуснати членовете, отразяващи влиянието на частите от натиснатата зона под пояса, попадащи извън стеблото, тъй като такива няма да има. Формулата става:

$$0,5\xi + \alpha_{es} \rho_2 \left(1 - \frac{0,07}{\xi}\right) - \alpha_{es} \rho \left(\frac{1}{\xi} - 1\right) = \frac{d_r}{e_p} \left[ 0,5 \xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \alpha_{es} \rho_2 \left(1 - \frac{0,07}{\xi}\right) 0,93 \right] \quad (12.17)$$

Ако бъде прието за сечението на горната армировка  $A_{s2} \approx 0,3(A_{s1} + \chi A_p)$ , условие (12.17) добива вида:

$$0,5\xi + \alpha_{es} \rho \left(1,3 - \frac{1,02}{\xi}\right) = \frac{d_r}{e_p} \left[ 0,5 \xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) + \alpha_{es} \rho \left(0,28 - \frac{0,02}{\xi}\right) \right] \quad (12.18)$$

По (12.18) могат да се изготвят таблици за определяне на  $\xi$  при правоъгълно сечение в зависимост от параметрите  $n$ ,  $m$ ,  $d_r/e_p$  и  $\alpha_{es} \rho$ .

### Пример 12.1. – напрегнато и деформирано състояние за двойно Т сечение с пукнатина

За елемента от пример 6.2 с напречно сечение, показано на фигура 6.3, да бъде определено напрегнатото състояние за средното сечение. Геометричните параметри са:

- площ  $A = 3960 \text{ cm}^2$ ;
- инерционен момент  $I = 7,69 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$ ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на бетонното сечение  $75,1 \text{ cm}$ ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на напрегнатата армировка  $16,8 \text{ cm}$ ;

$W_s = 7,69 \cdot 10^6 / (130 - 75,1) = 1,40 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$ , съпротивителен момент за горния ръб;  
 $b_f = 75 \text{ cm}$ , ширина на пояса в натиснатата зона;  
 $h_f = 20 \text{ cm}$ , височина (дебелина) на пояса в натиснатата зона;  
 $b_w = 15 \text{ cm}$ , ширина на стеблото;  
 $h_1 = 6 \text{ cm}$ , височина на трапецовидната част;  
 $h_2 = h_1 + h_f = 26 \text{ cm}$ ;  
 $h_m = 22,3 \text{ cm}$ , разстояние от горния ръб до центъра на тежестта на трапецовидната част;  
 $d_p = 113,2 \text{ cm}$ , полезна височина за напрегнатата армировка;  
 $d_s = 126 \text{ cm}$ , полезна височина за обикновената армировка;  
 $d_1 = 4 \text{ cm}$ , разстояние от центъра на тежестта на сечението на долната армировка до крайния ръб;  
 $d_2 = 8 \text{ cm}$ , разстояние от центъра на тежестта на сечението на горната армировка до крайния ръб;  
 $e = 58,3 \text{ cm}$ , ексцентрицитет на напрегащата сила спрямо центъра на тежестта на сечението.

Бетонът е клас *C40/50*.

Напречните сечения на армировките са:

напрегната армировка - високоякостни въжета клас *Y1860S7* общо *24 броя*, поставени през *4 cm* с общо сечение  $22,3 \text{ cm}^2$ , еластичен модул  $E_p = 195000 \text{ MPa}$  ( $19500 \text{ kN/cm}^2$ );

обикновена армировка - горна *6№16* с напречно сечение  $12,1 \text{ cm}^2$ ;

долна *4№16* с напречно сечение  $8,04 \text{ cm}^2$ ;

еластичен модул  $E_s = 200000 \text{ MPa}$  ( $20000 \text{ kN/cm}^2$ ).

Характеристичната стойност на напрегащата сила е  $P_k = 0,95 \cdot 2582 = 2453 \text{ kN}$ .

При честа комбинация за огъващия момент в средното сечение е получено:

$$M_{Ed} = 0,125(9,9 + 25 + 30)20^2 = 3245 \text{ kNm} = 324500 \text{ kNcm}.$$

Моментът, до който в сечението няма да бъдат образувани пукнатини,

$$M_{cr} = 2423 \text{ kNm}.$$

Понеже  $M_{cr} < M_{Ed}$ , сечението ще работи с пукнатина.

За определяне на напрегнатото състояние приемаме като неизвестни параметри в средното сечение:

- най-голямото натисково напрежение в бетона  $\sigma_{c,max}$ ;
- височината на натисковата зона  $x$ .

Относителната височина на натисковата зона  $\xi$  ще бъде намерена по формула (12.13). Необходими са следните характеристики:

$$n = b_w/b_f = 15/75 = 0,20;$$

приемаме осреднена дебелина на пояса:

$$h_f = 20 + 3 = 23 \text{ cm};$$

предварителна стойност  $\chi = 0,82$ ;

$$d_r = \frac{\chi A_p d_p + A_{s1} d_s}{\chi A_p + A_{s1}} = \frac{0,82 \cdot 22,3 \cdot 113,2 + 8,04 \cdot 126}{0,82 \cdot 22,3 + 8,04} = 117,1 \text{ cm};$$

$$e_p = \frac{M_{Ed}}{P_k} + d_r - d_p = \frac{324500}{2453} + 117,1 - 113,2 = 136,2 \text{ cm};$$

$$\frac{d_r}{e_p} = 0,86; \quad m = \frac{h_f}{d_r} = \frac{23}{117,1} = 0,20;$$

$$\rho = \frac{\chi A_p + A_{s1}}{b_f d_r} = \frac{0,82 \cdot 22,3 + 8,04}{75 \cdot 117,1} = 0,003, \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{b_f d_r} = \frac{12,1}{75 \cdot 117,1} = 0,0014;$$

$$\alpha_{es} \rho = 5,71 \cdot 0,003 = 0,0171; \quad \alpha_{es} \rho_2 = 5,71 \cdot 0,0014 = 0,008.$$

Точното определяне на  $\xi$  може да бъде направено по формула (12.13) като заместим съответните параметри:

$$\begin{aligned} & 0,5\xi - 0,5(1 - 0,20)(\xi - 0,20) \left( 1 - \frac{0,20}{\xi} \right) + 0,008 \left( 1,0 - \frac{0,07}{\xi} \right) - 0,0171 \left( \frac{1}{\xi} - 1 \right) = \\ & = 0,86 \left[ 0,5 \xi \left( 1 - \frac{\xi}{3} \right) - 0,5(1 - 0,20)(\xi - 0,20) \left( 1 - \frac{0,20}{\xi} \right) + 0,008 \left( 1,0 - \frac{0,07}{\xi} \right) 0,93 \right] \end{aligned}$$

Получаваме кубичното уравнение:

$$\xi^3 + 0,483\xi^2 + 1,862\xi = 0,74,$$

от което изчисляваме  $\xi = 0,345$ ,  $x = 0,345 \cdot 117,1 = 40,4 \text{ cm}$ . Определяме нова стойност  $\chi = 0,85$ , чрез която  $d_r = 117,0 \text{ cm}$ , а  $\alpha_{es} \rho = 0,0176$ . С новите параметри получаваме отново кубичното уравнение:

$$\xi^3 + 0,483\xi^2 + 1,862\xi = 0,75,$$

от което изчисляваме  $\xi = 0,348 \approx 0,35$ .

Височината на натисковата зона е  $x = 0,35.117 = 41 \text{ cm}$ . Заместваме необходимите величини в (12.9) и намираме максималното напрежение в бетона:

$$0,5.75.41 - 0,5(1 - 0,2)75(41 - 23) \left( 1 - \frac{23}{41} \right) + 5,71 \frac{41 - 8}{41} 12,1 - 5,71 \frac{117 - 41}{41} (8,04 + 0,85.22,3) = \frac{2453}{\sigma_{c,max}},$$

$$\sigma_{c,max} = \frac{2453}{1537,5 - 237,0 + 55,6 - 285,7} = 2,29 \text{ kN/cm}^2$$

С тези параметри,  $x = 41 \text{ cm}$  и  $\sigma_{c,max} = 2,29 \text{ kN/cm}^2$ , можем да намерим деформациите и напреженията във всяко влакно от сечението. За да определим напреженията в армировките, трябва да умножим напреженията в бетона, изчислени за центъра на тежестта на съответното стоманено сечение, с отношението между еластичните модули на стоманата и бетона.

**13. Допълнителни указания към 7.4.3 , формула (7.18) от БДС EN 1992-1-1 - [1], определяне на параметъра  $\alpha_l$  .**

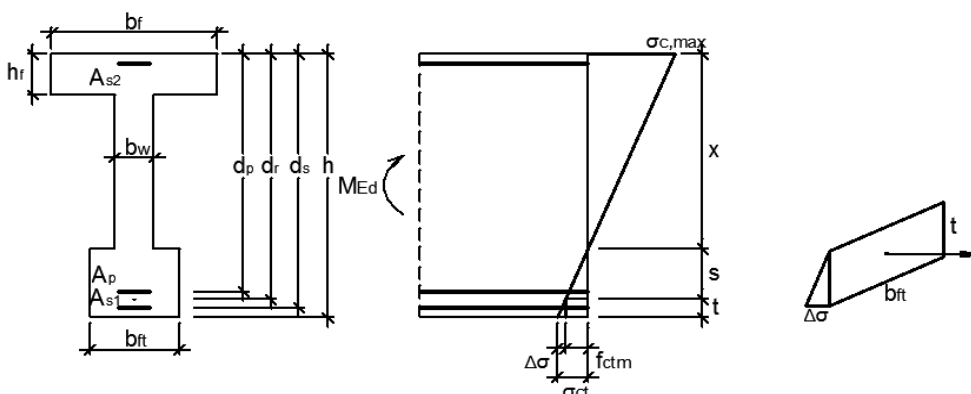
**Определяне на напрегнато състояние за сечение без пукнатина, но при огъващ момент, който е по-голям от пукнатинообразуващия - параметърът  $\alpha_l$  се определя като за ненапукано сечение**

При сечение без пукнатина напреженията в бетона и стоманата могат да бъдат определяни по **Навие**. Когато огъващият момент е по-голям от пукнатинообразуващия или  $M_{Ed} > M_{cr}$ , напрежението в крайното опънато влакно на бетона, получено по **Навие**, ще бъде по-голямо от якостта на опън  $f_{ctm}$ . В този случай, след като не е възникнала пукнатина, трябва да бъде предполагаемо пластифициране в опънната зона. Деформациите ще отговарят на хипотезата на **Бернули** за равнинност на сечението след деформирането, но в диаграмата на напреженията в опънната зона ще се появи участък, в който напреженията ще бъдат равни на якостта на опън за всички влакна по височина му. Това е участъкът от опънната зона с височина  $t$  от фигура 13.1. В участъка с височина  $s$  от същата фигура опънните напрежения следват закона на Навие. Напреженията в пластифицираната част от сечението, триъгълника с основа  $\Delta\sigma = \sigma_{ct} - f_{ctm}$ , ще бъдат нереални, което означава, че огъващият момент, който може да бъде поет, ще бъде по-малък от  $M_{Ed}$ . В случаите, когато трябва да бъдат определени напреженията за квазипостоянна комбинация на въздействията, приносът на напреженията от нереалната триъгълна диаграма е сравнително малък – огъващият момент, дължащ се на тази диаграма, представлява най-често **0,2 – 0,7%** от изчислителния момент, което означава, че допусканата неточност е незначителна и могат да бъдат използвани напреженията, изчислявани по формулите на **Навие**. Чрез тях могат да бъдат определяни деформациите в отделни влакна за изчисляване на кривините.

При други комбинации на въздействията приносът на триъгълната диаграма, която няма да бъде осъществена, може да бъде по-голям.

Точното намиране на напрегнатото състояние ще бъде направено посредством методиката, прилагана за сечение с пукнатина. За неизвестни параметри приемаме:

- най-голямото натисково напрежение в бетона  $\sigma_{c,max}$  ;
- височината на натисковата зона  $x$ .



**Фигура 13.1 Напрежения в бетона за сечение без пукнатина при  $M_{Ed} > M_{cr}$**

Прилагаме опростеното решение, разгледано по-напред. Параметрите на сечението са показани на фигура 13.1. Приета е обща сила, действаща в

напрегнатата и опънната армировка  $A_{sI}$ . Ако те са на различни нива, трябва да бъде определена обща приложна точка, разположена на разстояние  $d_r$  от горния ръб на сечението, определяна с израза:

$$d_r = \frac{\chi A_p d_p + A_{sI} d_s}{\chi A_p + A_{sI}}, \quad (13.1)$$

$$\chi = \frac{d_p - x}{d_s - x}, \quad (13.2)$$

коэффициент, вземащ под внимание различната полезна височина при обикновената армировка  $d_s$  и напрегнатата армировка  $d_p$ ;

$x$  – височина на натисковата зона, предварително може да бъде приета височината, получена за напрегнатото състояние по *Навие*.

Към равновесните условия, използвани в разгледаното решение за сечение с пукнатина, трябва да добавим приноса на бетона в опънната зона. От подобие на триъгълниците изразяваме:

$$s = \frac{f_{ctm}}{\sigma_{c,max}} x = \zeta x; \quad (13.3)$$

$$\zeta = \frac{f_{ctm}}{\sigma_{c,max}}. \quad (13.4)$$

Равновесното условие за сума от силите, аналогично на (15.9), получава вида:

$$0,5 b_{fx} - 0,5(1-n)b_f(x-h_f) \left(1 - \frac{h_f}{x}\right) + \alpha_{es} \frac{x-d_2}{x} A_{s2} - \alpha_{es} \frac{d_r-x}{x} (A_{sI} + \chi A_p) - 0,5b_{ft} x \zeta^2 - (h-x-\zeta x) \zeta b_{ft} = \frac{P_k}{\sigma_{c,max}} \quad (13.5)$$

Равновесното условие за сума от моменти спрямо приложната точка на силите в опънната зона, аналогично на (15.10), става:

$$0,5b_f x \left(d_r - \frac{x}{3}\right) - 0,5(1-n)b_f(x-h_f) \left(1 - \frac{h_f}{x}\right) \left(d_r - h_f - \frac{x-h_f}{3}\right) + \alpha_{es} \frac{x-d_2}{x} A_{s2}(d_r-d_2) - 0,5b_{ft} x \zeta^2 (d_r-x-0,667\zeta x) - (h-x-\zeta x) \zeta b_{ft} \left(d_r-x-s - \frac{h-x-s}{2}\right) = \frac{M_{Ed} + P_k(d_r-d_p)}{\sigma_{c,max}} \quad (13.6)$$

Умножаваме първото уравнение с:

$$\frac{M_{Ed} + P_k(d_r-d_p)}{P_k} = e_p, \quad (13.7)$$

след което приравняваме левите части на двете уравнения. Разделяме с  $b_f d_r^2$  и заместваме:

$$x = \xi d_r, h_f = m d_r, n = b_w / b_f, d_2 \approx 0,07 d_r, \quad (13.8)$$

$$\rho = \frac{\chi A_p + A_{s1}}{b_f d_r}, \rho_2 = \frac{A_{s2}}{b_f d_r}, r = \frac{h}{d_r}, n_1 = \frac{b_{ft}}{b_f}, \quad (13.9)$$

$b_{ft}$  е широчина на пояса в опънната зона, предполагаме, че опънната зона е разположена само във височината на пояса;

за правоъгълно сечение  $b_{ft} = b_f = b$ ;

за  $T$  сечение  $b_{ft} = b_w$ .

Ако бъде прието за сечението на горната армировка  $A_{s2} \approx 0,3(A_{s1} + \chi A_p)$ , условие (15.15) става:

$$\begin{aligned} & 0,5\xi - 0,5(1-n)(\xi - m) \left(1 - \frac{m}{\xi}\right) + \alpha_{es} \rho \left(1,3 - \frac{1,02}{\xi}\right) - 0,5n_1 \xi^2 \xi - (r - \xi - \xi \xi) n_1 \xi = \\ & = \frac{d_r}{e_p} \left[ 0,5 \xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) - 0,5(1-n)(\xi - m) \left(1 - \frac{m}{\xi}\right) \left(1 - m - \frac{\xi - m}{3}\right) + \alpha_{es} \rho \left(0,28 - \frac{0,02}{\xi}\right) \right] \quad (13.10) \\ & - 0,5n_1 \xi^2 \xi (1 - \xi - 0,667 \xi \xi) - n_1 \xi (r - \xi - \xi \xi) \left(1 - \xi - \xi \xi - \frac{r - \xi - \xi \xi}{2}\right) \end{aligned}$$

След заместване на конкретните параметри, за определяне на височината на натисквата зона получаваме кубично уравнение от вида:

$$A \xi^3 + B \xi^2 + C \xi = D. \quad (13.11)$$

Определяме  $\xi$  и от израза  $x = \xi d_r$  изчисляваме височината на натисквата зона. От условие (13.5) за сума от силите намираме  $\sigma_{c,max}$ . Проверяваме дали приетата стойност, с която е определен коефициентът  $\xi$ , съвпада с получената. Разликата обикновено е малка. Проверяваме също и стойността на  $\chi$ , която не се различава съществено от предварително приетата.

За правоъгълно сечение  $n = n_1 = 1,0$ , поради  $b_f = b_w = b_{ft}$ . Ползваме пак условие (13.12).

Приносът на опънните напрежения в бетона към огъващия момен, определен спрямо общата приложна точка на силите в долната и напрегнатата армировка, е изключително малък (0,25 – 0,35%) и за опростяване на (13.12) без голяма грешка може да бъде изключен. Още повече, че моментите на правоъгълната зона с височина  $t$  и на триъгълната зона с височина  $s$  почти взаимно се уравниават. С това допускане условие (13.12) може да бъде записано в по-съкратен вид:

$$\begin{aligned} & 0,5\xi - 0,5(1-n)(\xi - m) \left(1 - \frac{m}{\xi}\right) + \alpha_{es} \rho \left(1,3 - \frac{1,02}{\xi}\right) - 0,5n_1 \xi^2 \xi - (r - \xi - \xi \xi) n_1 \xi = \\ & = \frac{d_r}{e_p} \left[ 0,5 \xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right) - 0,5(1-n)(\xi - m) \left(1 - \frac{m}{\xi}\right) \left(1 - m - \frac{\xi - m}{3}\right) + \alpha_{es} \rho \left(0,28 - \frac{0,02}{\xi}\right) \right]. \quad (13.12) \end{aligned}$$

#### 14. Допълнителни указания към 7.4.3(6), формула (7.21) от БДС EN 1992-1-1 - [1]

##### Определяне на кривината от съсъхване

Съсъхването причинява скъсяване на бетона, осъществявано в обема на тялото. За линейни конструктивни елементи най-съществен е приносът му по дължина на елемента. При наличие на армировка свободната деформация на бетона е възпрепятствана. Армировката пречи на скъсяването на бетона. Тя работи на натиск, а бетонът около армировката – на опън. Ефектът е обратен на този при напрегането. Елементът се огъва без да е приложено външно въздействие. При несиметрична армировка огъването (преместването по дължина на елемента) е към страната на сечението, където е разположена армировката с по-голямо сечение. При симетрична армировка липсва огъване и следователно кривината е нулева.

Кривината от съсъхване  $1/r_{cs}$  може да бъде изчислена чрез момента на силата, възникнала в армировката, спрямо центъра на тежестта на бетонното сечение:

$$M_{cs} = N_{cs} \cdot y_s. \quad (14.1)$$

В (14.1) е означено следното:

$N_{cs} = \varepsilon_{cs} E_s A_{sI}$  - натискова сила в армировката  $A_{sI}$ , породена от деформацията от съсъхване  $\varepsilon_{cs}$  в бетона, възпрепятствана от армировката ( $A_{sI}$  може да бъде сечение само на армировката в опънната зона или сбор от всички армировъчни елементи в цялото бетонното сечение - в последния случай се приема общ център на тежестта за тези елементи);

$y_s$  - разстояние между центровете на тежестта на армировката и на бетонното сечение (или на редуцираното сечение).

За кривината получаваме израза (7.21) даден в [1]:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \frac{M_{cs}}{E_{c,eff} I} = \frac{\varepsilon_{cs} E_s A_{sI} y_s}{E_{c,eff} I} = \varepsilon_{cs} \alpha_{es} \frac{S_s}{I}, \quad (14.2)$$

в който  $S_s$  е статичен момент на сечението на армировката спрямо центъра на тежестта на бетонното сечение;

$I$  - инерционен момент на напречното сечение, може да бъде използван и инерционен момент на редуцираното сечение;

$\alpha_{es} = E_s / E_{c,eff}$  - отношение на модулите на еластичност.

$E_{c,eff}$  – ефективен модул на еластичност по формула (7.20) от [1].

По-точното определяне на кривината вследствие на съсъхването може да бъде направено, ако бъде взета под внимание деформацията на стоманата. От напреженията на натиск тя се скъсява, с което позволява свободна деформация на бетона от съсъхване, равна на деформацията на армировката. Началната стойност на силата в армировката при деформация, която е равна на пълната деформация от съсъхване на бетона:

$$N_{cs,in} = \varepsilon_{cs} E_s A_s, \quad (14.3)$$

ще бъде намалена до  $N_{cs}$  вследствие на деформацията на скъсяване на армировката  $\varepsilon_s$ . Размерът на  $\varepsilon_s$  позволява същото по големина свободно скъсяване на бетона  $\Delta\varepsilon_c$  или  $\varepsilon_s = \Delta\varepsilon_c$ . Разликата в деформациите  $\varepsilon_{cs} - \Delta\varepsilon_c$  ще бъде задържаната част от деформацията на бетона и ще предизвиква опънни напрежения. На ниво на центъра на тежестта на армировката тези напрежения могат да бъдат изразени чрез крайната стойност  $N_{cs}$  на силата в армировката:

$$\sigma_{ct} = \frac{N_{cs}}{A} + \frac{N_{cs} y_s}{I} y_s. \quad (14.4)$$

Съответната относителната деформация на бетона за същото влакно е:

$$\varepsilon_{ct} = \frac{\sigma_{ct}}{E_{c,eff}} = \frac{N_{cs}}{AE_{c,eff}} + \frac{N_{cs} y_s}{IE_{c,eff}} y_s = \frac{N_{cs}}{AE_{c,eff}} \left( 1 + \frac{Ay_s^2}{I} \right). \quad (14.5)$$

В (14.4) и (14.5),  $A$  и  $I$  са площ на бетонното сечение и инерционен момент. Тези характеристики могат да се отнасят и за редуцираното сечение.

В сила е условието за относителните деформации:

$$\varepsilon_{cs} - \Delta\varepsilon_c = \varepsilon_{cb}, \quad (14.6)$$

в което  $\varepsilon_{cs}$  е деформация от съсъхване на бетона;

$\varepsilon_{ct}$  – задържана деформация на бетона, предизвикваща появата на силата  $N_{cs}$ ;

$\Delta\varepsilon_c$  – свободна деформация на скъсяване на бетона на нивото на центъра на тежестта на армировката.

Поради равенството им стойността на  $\Delta\varepsilon_c$  може да бъде заменена от  $\varepsilon_s$ , която е:

$$\varepsilon_s = \frac{N_{cs}}{A_s E_s} \quad (14.7)$$

Заместваме (14.5) и (14.7) в (14.6). Получаваме израза:

$$\varepsilon_{cs} - \frac{N_{cs}}{A_s E_s} = \frac{N_{cs}}{AE_{c,eff}} \left( 1 + \frac{Ay_s^2}{I} \right), \quad (14.8)$$

от който след преработка намираме  $N_{cs}$ :

$$N_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs} A_s E_s}{1 + \rho \alpha_{es} \left( 1 + \frac{Ay_s^2}{I} \right)} = \chi \varepsilon_{cs} A_s E_s = \chi N_{cs,in}. \quad (14.9)$$

В (14.9)  $\alpha_{es}$  представлява отношението на еластичните модули на стоманата и бетона, а  $\rho$  е коефициент на армиране. Коефициентът  $\chi$  представлява:

$$\chi = \frac{1}{1 + \rho \alpha_{es} \left( 1 + \frac{Ay_s^2}{I} \right)}. \quad (14.10)$$

Като използваме формула (7.21) от [1], за кривината от съсъхване на бетона получаваме уточнената формула:

$$\frac{1}{r_{cs}} = \chi \varepsilon_{cs} \alpha_{es} \frac{S_s}{I}. \quad (14.11)$$

За бетон *клас C40/50*, който е използван у нас за производство на предварително напрегнати елементи на стенд (напрягане след бетониране), като приемем в посока на сигурността  $E_{c,eff} = E_{cm}$ , получаваме  $\alpha_{es} = 5,71$ . Освен това за правоъгълно сечение можем да допуснем следните осреднени параметри:

$$\rho = 0,008; \quad \frac{A}{I} = \frac{bh}{\frac{1}{12}bh^3} = \frac{12}{h^2}, \quad y_s \approx 0,4h. \quad (14.12)$$

Като ги заместим в (14.10), за коефициента получаваме  $\chi = 0,88$ . Ако приемем, че въздействието е продължително,  $E_{c,eff} \approx 0,333E_{cm}$ ,  $\alpha_{es} = 17,13$  и  $\chi = 0,71$ .

Ефектът от съсъхването на бетона при напрегнати елементи частично е взет под внимание с начисляване на загубата на напрежение при високоякостната стомана.

## 15. Допълнителни указания към 7.4.3 от БДС EN 1992-1-1 - [1], Проверка на преместванията чрез изчисление

### 15.1. Допълнителни указания към 7.4.2 (2) от БДС EN 1992-1-1 - [1]: Ограничаване на преместванията без директни изчисления

Използването на формули (7.16 а, б) от [1] за ограничаване на преместванията да се извършва при следните допълнителни ограничителни условия:

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \leq 33, \text{ ако } \rho \leq \rho_0 \quad (15.1)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} \right], \text{ ако } \rho_0 < \rho \leq \rho_{\text{lim}} \quad (15.2)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right], \text{ ако } \rho > \rho_{\text{lim}} \quad (15.3)$$

където:

$l/d$  е граничното отношение отвор/полезна височина;

$K$  е коефициент, който отчита различните конструктивни системи;

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}, \quad (15.3a)$$

е основен коефициент на армиране;

$\rho$  е необходимият (по изчисление) коефициент на армиране за опънната армировка в средата на отвора за поемане на огъващия момент вследствие на изчислителните товари (за конзолите това е опорният момент);

$\rho'$  е необходимият (по изчисление) коефициент на армиране за натисквата армировка в средата на отвора за поемане на огъващия момент вследствие на изчислителните товари (за конзолите това е опорният момент);

$\rho_{\text{lim}}$  е граничен коефициент на армиране при височина на натисквата зона  $x = x_{\text{lim}}$ ;

$x$  е височината на натисквата зона;

$x_{\text{lim}}$  е граничната височината на натисквата зона, при която не се допуска крехко разрушение от страна на бетона ( $x_{\text{lim}} = 0,45d$ ) в крайно гранично състояние;

$f_{ck}$  е в МПа.

Стойностите на граничния коефициент на армиране  $\rho_{\text{lim}}$  се определят по формулата:

$$\rho_{\text{lim}} = \omega_{\text{lim}} \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (15.4)$$

където:

$\omega_{lim}$  е граничната стойност на механичния коефициент на армиране  $\omega$ , при която не е необходима натискава армировка по изчисление;

$f_{cd}$  е изчислителното съпротивление на натиск на бетона;

$f_{yd}$  е изчислителното съпротивление на опън на армировката.

За правоъгълни напречни сечения и бетони с класове до **C50/60**, стойността на  $\omega_{lim} = 0,364$ .

Стойностите на граничния коефициент на армиране  $\rho_{lim}$  за конструктивните бетони с клас до **C50/60** ( $\gamma_c = 1,5$ ) и армировъчна стомана клас **B500** ( $\gamma_s = 1,15$ ) в зависимост от стойността на коефициента  $\alpha_{cc}$  са дадени в Таблица 15.1.

**Таблица 15.1.**  
**Стойности на граничния коефициент**  
**на армиране  $\rho_{lim}$  за бетони с клас**  
**до C50/60 ( $\gamma_c = 1,5$ ) и армировъчна**  
**стомана клас B500 ( $\gamma_s = 1,15$ )**

$\rho_{lim}$ [%]	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$\alpha_{cc} = 1,00$	0,893	1,116	1,395	1,674	1,953	2,233	2,512	2,791
$\alpha_{cc} = 0,85$	0,759	0,949	1,186	1,423	1,66	1,898	2,135	2,372

При ограничаване на преместванията по формула (15.3) на симетрично и несиметрично армирани гредови сечения, при които относителна височина на натисквата зона с отчитане наличието на натискава армировка  $\xi < d_2/d$ , изчисленията се провеждат с отчитане само на част от площта на натисквата армировка, за която  $\xi = d_2/d$ .

За практическо използване на формула (15.3) препоръчваме следната изчислителна процедура:

Изчисляваме параметъра:

$$\chi = 10\rho\alpha(d - 1,8d_2) - d_2 \left( 1 + \frac{5M}{dbf_{ck}} \right) \quad (15.5)$$

и го сравняваме с нулата:

при  $\chi \leq 0$ ,  $l/d$  изчисляваме по формула (15.3) с  $\rho' = 0$ .

При  $\chi > 0$ ,  $l/d$  изчисляваме по формула (15.3) с част от площта на натисквата армировка  $\bar{A}_{s2}$  т.е.:

$$\rho' = \frac{\bar{A}_{s2}}{bd_0}, \quad (15.6)$$

където:

$$\bar{A}_{s2} = \frac{4bd^2k_t\chi}{5d_2\alpha(2d - h'_f)} - \frac{2k_t}{\alpha}(b'_f - b)h'_f, \quad (15.6)$$

където:

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}}, \quad (15.7)$$

при краткотрайно и  $k_t = 0,15$  при продължително натоварване;  
за елементи с правоъгълно или  $T$ -образно сечение с плоча в опънната зона и наличие на натискава армировка  $h_f' = 2.d_2$ .

При несиметрично армирани елементи с относителна височина на натисквата зона с отчитане наличието на натискава армировка  $\xi = d_2/d$ ,  $\rho'$  и  $l/d$  се изчисляват с фактически или част от вложената площ на натисквата армировка като се спазва условието  $\bar{A}_{s2} \leq 0.25 \cdot A_{s1}$ .

При симетрично армирани сечения изчисленията се провеждат също с част от площта на натисквата армировка, за която се удовлетворяват условията  $\xi = d_2/d$  и  $\bar{A}_{s2} \leq 0.25 \cdot A_{s1}$ .

Когато формула (15.3) се използва за първо приближение при оценка на коравината на елементите и ограничаване на провисванията при експлоатационни гранични състояния, изчисляването на  $l/d$  може да се извърши с  $\rho' = 0$ .

## 15.2. Изчисляване на преместванията

Използваната в 7.4.3 от [1] обща формулировка от строителната механика за проверка на преместванията чрез изчисление:

$$f = \sum_n \int_{l_i} \frac{1}{r}(x) \overline{M}(x) dx, \quad (15.8)$$

в която  $f$  е преместване на елемента в определено сечение;

$1/r(x)$  - кривина в сечение  $x$  от въздействието, за което е определяно преместването;

$\overline{M}(x)$  - огъващ момент в сечение  $x$  от виртуален товар единица, приложен в сечението, за което се определя преместването, с посока на действие по направление на очакваното преместване - ако посоката е сгрешена резултатът ще бъде с отрицателна стойност;

$n$  – брой на участъците по дължина на елемента, в които се извършва интегрирането;

$l_i$  – дължина на участък  $i$ .

При стоманобетонни елементи за получаване на кривината служат изразите:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d}, \quad (15.9)$$

в които  $\varepsilon_c$  е относителна деформация в крайното натиснато влакно;

$\varepsilon_s$  - относителна деформация на арматурата в опънатата зона.

В участък от елемента, работещ с пукнатини, ще има различни кривини (или коравини). В този случай за представяне на осреднените характеристики за зоните с пукнатини е използвана формула (7.18) от [1]:

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I \quad (15.10)$$

в която  $\alpha$  е необходимият деформационен параметър, който може да бъде относителна деформация, кривина, коравина, завъртане, преместване;

$\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$  - стойности на изследвания параметър, изчислени съответно за цяло (ненапукано) сечение (*стадий I*) и за сечение с пукнатина (*стадий II*);

$\zeta$  - коефициент на разпределение, който взема под внимание опънното закоравяване в сечението, дължащо се на работата на бетона в опънатата зона между пукнатините, и се определя с формула (7.19) от [1]:

$$\zeta = 1 - \beta \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2, \quad (15.11)$$

$\zeta = 0$  – за ненапукани сечения;

$\beta$  – коефициент, който отразява влиянието на продължителността на натоварването или повторемостта на натоварването върху средната деформация, приема се:

$\beta = 1,0$  за еднократно или кратковременно натоварване;

$\beta = 0,5$  за продължително действащи товари или при много цикли на повтарящи се товари;

$\sigma_s$  - напрежение в опънната армировка, изчислено за сечение с пукнатина от комбинация на въздействията при експлоатационно гранично състояние;

$\sigma_{sr}$  - напрежение в опънната армировка, изчислено за сечение с пукнатина при товарно състояние, предизвикващо първа пукнатина.

Отношението  $\sigma_{sr}/\sigma_s$  за определено сечение може да бъде заменено с  $M_{cr}/M$  при огъване или  $N_{cr}/N$  при центричен опън в същото сечение, където:

$M_{cr}$  е огъващият момент при поява на пукнатина;

$N_{cr}$  - нормалната сила, която предизвиква напукване;

$M$  и  $N$  са съответно моментът и нормалната сила, действащи в сечението.

Като заместим в (15.10) стойността на кривината при ненапукано сечение за  $\alpha_I$  и стойността на кривината при сечение с пукнатина за  $\alpha_{II}$ , ще получим осреднената кривина за зоната с пукнатини.

Когато определяме кривината от съсъхване, параметрите  $S_s$  и  $I$  трябва да бъдат изчислявани за цяло сечение и за сечение с пукнатина, в което участват армировките и бетона в натисквата зона (редуцирано сечение). Ще бъдат получени две стойности на кривината и по (15.10) ще бъде определена осреднената стойност.

При товари, действащи продължително, пълната деформация с включване на пълзенето може да бъде изчислена с използване на ефективен модул на еластичност:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)}. \quad (15.12)$$

За проста греда, работеща с пукнатини в средната част на отвора при някаква комбинация на въздействията, дължината може да бъде разделена на три участъка:

- ляв и десен крайни с еднаква или различна дължина, в които сечението е без пукнатини;
- среден участък, в който има пукнатини.

За определяне на границите на участъците служат сеченията, в които огъващият момент е равен на пукнатинообразуващия момент. Моментът трябва да бъде определян за характеристична комбинация на въздействията, тъй като при тази комбинация се проверява образуването на пукнатини.

Кривината може да бъде заменена с израза:

$$\frac{1}{r}(x) = y''(x) = \frac{M(x)}{EI(x)}. \quad (15.13)$$

В този случай интегралът (15.8) добива вида:

$$f = \sum_n \int_{l_i} \frac{M(x)}{EI(x)} \overline{M}(x) dx, \quad (15.14)$$

който представлява частта от формулата на **Максвел – Мор**, отразяваща приноса на огъващите моменти за големината на преместването.

В (15.14)  $M(x)$  е огъващ момент в сечение  $x$  от въздействието, за което е определяно преместването. Коравината  $EI(x)$  се изчислява по формулата:

$$EI(x) = \frac{M(x)}{\frac{1}{r}(x)}. \quad (15.15)$$

При интегриране по участъци в посока на сигурността може да бъде приета максималната кривина в даден участък като постоянна за дължината на участъка при използване на (15.8). Това е равносилно на допускането да бъде използвана минималната коравина в участъка като постоянна при работа с формула (15.14).

По-точното изчисляване на преместването може да бъде направено с интегриране по участъци чрез метода на параболичните трапеци на **Симпсон**, който е един от най-точните математически инструменти за числено интегриране. При разделяне на елемента на  $n$  брой участъци, преместването в дадено сечение може да бъде изчислено по формулата:

$$f = \frac{L}{3n} [C_0 + 4(C_1 + C_3 + C_5 + \dots) + 2(C_2 + C_4 + C_6 + \dots) + C_n], \quad (15.16)$$

в която  $L$  е дължината на елемента;

$$C_i = \frac{1}{r_i} \bar{M}_i, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n, \quad (15.17)$$

$1/r_i$  - кривина от комбинацията на въздействията, за която се определя преместването, изчислена за сеченията:

$$x = \frac{L}{n}, \quad 2\frac{L}{n}, \quad 3\frac{L}{n}, \quad 4\frac{L}{n}, \quad \dots, (n-1)\frac{L}{n}; \quad (15.18)$$

$\bar{M}_i$  - момент от единична сила в сеченията в (15.17);

$C_0$  и  $C_n$  - стойности по (15.17) за краищата на елемента при  $x = 0$  и  $x = L$ .

Формула (15.16) може да бъде използвана и при интегриране по (15.14), но тогава:

$$C_i = \frac{M_i}{EI_i} \bar{M}_i. \quad (15.19)$$

В (15.19)  $M_i$  и  $EI_i$  са момент от външно въздействие и коравина в съответните сечения.

Ако при елементи на един отвор бъде прието в посока на сигурността, че кривината  $1/r_{max}$  е изчислена за сечението с максималните усилия и се променя пропорционално на огъващия момент по дължината на елемента, интегрирането по (15.8) се опростява значително. При различни схеми на опирание и натоварване формулата добива вида:

$$f = S \frac{1}{r_{\max}} L^2, \quad (15.20)$$

в който  $S$  е коефициент, зависещ от опорните условия и натоварването, стойностите са показани в таблица 15.2.;

$1/r_{\max}$  - максимална кривина в елемента при въздействията, за които е определяно преместването;

$L$  - дължината на елемента.

Прилагането на интеграла (15.14) при същите условия означава по дължината на елемента да бъде използвана константна коравина, равна на минималната за сечението с максималните усилия. Опростените формули, до които е сведен интегралът, са:

$$f = K_p \frac{pL^4}{EI_{\min}}, \quad (15.21)$$

$$f = K_F \frac{FL^3}{EI_{\min}}, \quad (15.22)$$

в които  $p$  – равномерно разпределен товар;

$F$  – концентрирана сила;

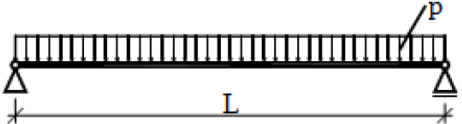
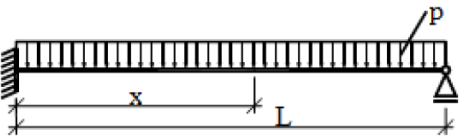
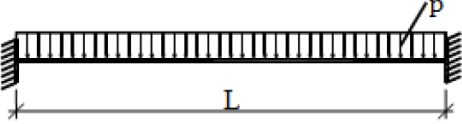

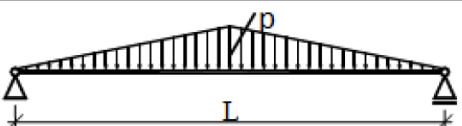
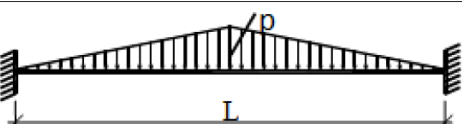
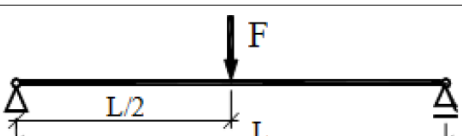
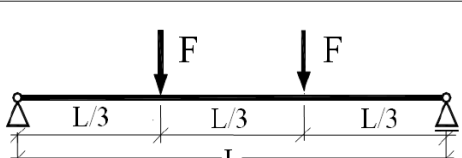
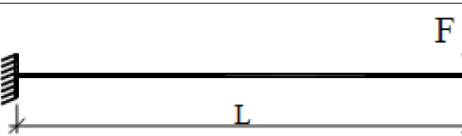
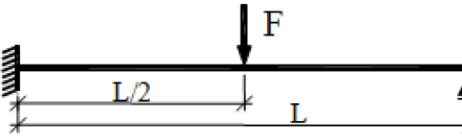
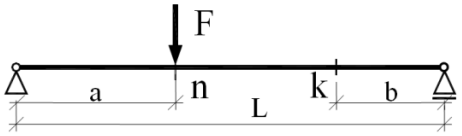
$EI_{\min}$  – най-малката коравина в елемента, изчислявана по (15.15) за сечението с максималната кривина;

$K_p$  и  $K_F$  - коефициенти, зависещи от опорните условия и натоварването, стойностите са показани в таблица 15.3.

**Таблица 15.2. –  
Стойности на коефициента  $S$   
във формула (15.20)**

Вид на елемента	Натоварване	Сечение, в което търсим преместването	Коефициент $S$ в (15.31)
Проста греда с отвор $L$	$p$ – равномерно разпределен товар	Средата на отвора	0,104
Проста греда с отвор $L$	$F$ – концентрирана сила в средата на отвора	Средата на отвора	0,0833
Проста греда с отвор $L$	$F$ – сила на разстояние $\alpha L$ от лявата опора	Под силата	$\frac{\alpha - \alpha^2}{3}$
Проста греда с отвор $L$	Две сили $F$ , поставени симетрично на разстояние $0,33 L$	Средата на отвора	0,106
Проста греда с отвор $L$	Две сили $F$ , поставени симетрично на разстояние $\alpha L$ от опорите	Средата на отвора	$0,125 - 0,167\alpha^2$
Проста греда с отвор $L$	Моменти при двете опори, опъващи долните влакна	Средата на отвора	0,125
Конзола	$p$ – равномерно разпределен товар	Свободния край	0,250
Конзола	$F$ – концентрирана сила в свободния край	Свободния край	0,333

**Таблица 15.3. –**  
**Стойности на коефициентите  $K_p$  и  $K_F$  във**  
**формула (15.21) и (15.22)**

№	СХЕМА И НАТОВАРВАНЕ	КОЕФИЦИЕНТИТЕ $K_p$ и $K_F$ ВЪВ ФОРМУЛИ (15.21) и (15.22)
1		$K_p = 5/384$
2		$K_p = 1/185$ при $x = 0,58L$
3		$K_p = 1/384$
4		$K_p = 1/8$ за точка A
5		$K_p = 1/120$
6		$K_p = 1/549$
7		$K_F = 1/48$
8		$K_F = 1/28,2$ при $x = 0,5L$
9		$K_F = 1/3$ за точка A
10		$K_F = 1/107$
11		$K_F = \frac{1}{3} \frac{a^2 (L-a^2)}{L^4}$ за точка n $K_F = \frac{1}{6} \frac{a (L-a)}{L^2} (1 - \frac{a^2}{L^2} - \frac{b^2}{L^2})$ за т. k

### Пример 15.1. – определяне на кривината за двойно Т сечение

Разглеждаме елемента от пример 12.1. Целта е да бъде намерена кривината в средното сечение при квазипостоянна комбинация на въздействията.

Върху елемента действа равномерно разпределен товар със следните стойности:

- собствено тегло **9,9 kN/m**;
- постоянен товар **25,0 kN/m**;
- променлив товар **30,0 kN/m**.
- коефициент за квазипостоянна стойност на променливото въздействие  $\psi_2 = 0,6$ .  
Параметри на бетонното сечение и армировките са както в пример 12.1.  
Пукнатинообразуващ момент  $M_{cr} = 2463 \text{ kNm}$ .

Моментът при характеристична комбинация е:

$$M_{Ed} = 0,125(9,9 + 25 + 30)20^2 = 3245 \text{ kNm} > M_{cr}.$$

В сечението ще бъдат образувани пукнатини.

Моментът в средното сечение при квазипостоянна комбинация е:

$$M_{Ed} = 0,125(9,9 + 25 + 0,6 \cdot 30)20^2 = 2645 \text{ kNm}.$$

За сечение с пукнатина при момент  $M_{Ed} = 2645 \text{ kNm}$  трябва да бъде определено напрегнатото състояние. Това е направено съгласно методиката, изложена по-напред.

Кривината се отнася за продължително действащ товар и затова са необходими характеристиките на редуцираното сечение при ефективен модул на бетона. Коефициентът на пълзене е  $\varphi(\infty, t_0) = 2,05$ . За ефективния модул намираме:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} = \frac{3500}{1 + 2,05} = 1148 \text{ kN/cm}^2.$$

Отношенията на еластичните модули са:

$$\alpha_{es} = 20000/1148 = 17,4;$$

$$\alpha_{ep} = 19500/1148 = 17,0.$$

Параметрите на редуцираното сечение при продължително действащ товар са:

$$A_{red} = 4650 \text{ cm}^2;$$

$$y_{red} = 70,6 \text{ cm} \text{ от долния ръб};$$

$$I_{red} = 9,91 \cdot 10^6 \text{ cm}^4;$$

- горен ръб на сечението:

$$W_{s,red} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ cm}^3;$$

- долен ръб на сечението:

$$W_{i,red} = 1,40 \cdot 10^5 \text{ cm}^3;$$

$e = 53,8 \text{ cm}$ , разстояние между центровете на тежестта на редуцираното сечение и на напрегнатата армировка.

Прилагаме условие (12.13) за определяне на неизвестните.

За височината на натисковата зона намираме  $x = 84,7 \text{ cm}$ ,  $\sigma_{c,max} = 1,35 \text{ kN/cm}^2$ . Деформацията в крайното натиснато влакно за сечение с пукнатина е:

$$\varepsilon_c = 1,35/1148 = 0,00118.$$

Необходимо е и напрегнатото състояние за ненапукано сечение при геометричните характеристики за продължителен товар. Напрежението по *Навие*:

- в горния ръб:

$$\sigma_c = \frac{2453}{4650} - \frac{2453.53,8}{1,67.10^5} + \frac{264500}{1,67.10^5} = 1,32 \text{ kN/cm}^2 \text{ (натиск)}$$

- в долния ръб:

$$\sigma_{ct} = \frac{2453}{4650} + \frac{2453.53,8}{1,40.10^5} - \frac{264500}{1,40.10^5} = -0,42 \text{ kN/cm}^2 \text{ (опън)}$$

Напрежението е по-голямо от якостта на бетона на опън. В тази зона ще настъпи пластично деформиране на влакната от долния ръб до височина, при която напрежението в бетона е равно на опънната якост. В случая височината с пластични деформации е  $5,5 \text{ cm}$ . Загубената сила на опън е:

$$0,5.32.5,5(0,42 - 0,35) = 6,16 \text{ kN}.$$

Огъващият момент спрямо центъра на тежестта на редуцираното сечение, при разстояние от долния ръб до центъра на тежестта  $y_{red} = 70,6 \text{ cm}$ , ще бъде по-малък с:

$$\Delta M = 6,16(70,6 - 0,333.5,5) = 423,6 \text{ kNcm} = 4,24 \text{ kNm}.$$

Разликата с  $M_{Ed} = 2645 \text{ kNm}$  е нищожна –  $0,16\%$ . Без голяма неточност за определяне на кривината може да бъде използвано напрегнатото състояние, намерено по *Навие*.

Деформацията в крайното натиснато влакно е:

$$\varepsilon_c = 1,32/1148 = 0,00115,$$

а височината на натисковата зона:

$$x = 130 \frac{1,32}{1,32 + 0,42} = 98,6 \text{ cm}.$$

Кривината за ненапукано сечение по (15.9), отговаряща на параметъра  $\alpha_t$  от формула (15.10), е:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{0,00115}{98,6} = 0,0000117 \text{ cm}^{-1}.$$

Кривината за сечение с пукнатина по (15.9), отговаряща на параметъра  $\alpha_{II}$  от формула (15.10), е:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{0,00118}{84,7} = 0,0000139 \text{ cm}^{-1}.$$

По формула (15.11) при  $\beta = 0,5$  за продължително действие на товарите и отношение на моментите:

$$\frac{M_{cr}}{M} = \frac{2463}{2645} = 0,93,$$

изчисляваме коефициента:

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot 0,93^2 = 0,57.$$

Осреднената стойност на кривината за участък от елемента с пукнатини по (15.10) е:

$$\frac{1}{r} = 0,57 \cdot 0,0000139 + (1 - 0,57) \cdot 0,0000117 = 0,0000129 \text{ cm}^{-1}.$$

Чрез нея можем да намерим съответната приведена коравина на средното сечение:

$$EI = \frac{M}{1/r} = \frac{264500}{0,0000129} = 2,05 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2.$$

Коравината при чисто огъване за редуцираното сечение е:

$$E_{c,eff} I_{red} = 1148 \cdot 9,91 \cdot 10^6 = 1,14 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2.$$

Сравнението между двете коравини показва, че тази при чисто огъване, без участие на силата от предварително налягане, е почти два пъти по-малка.

### **Пример 15.2. – определяне на преместване при двойно Т сечение**

За елемента от пример 15.1. да бъде намерено максималното преместване при квазипостоянна комбинация на въздействията. Дължината е  $L = 20 \text{ m}$ , равномерно разпределен товар  $p = 52,9 \text{ kN/m}$ . Осреднената стойност на кривината за участък от елемента с пукнатини при средното сечение, изчислена в пример 15.1., е  $1/r = 0,0000129 \text{ cm}^{-1}$ . Приведената коравина на сечението за тази кривина е  $EI = 2,05 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2$ .

Ще бъдат разгледани три начина за определяне на преместването:

- с максимална кривина;
- с разделяне на участъци, в които елементът работи без и с пукнатини;
- с приемане на по-голям брой участъци.

### Пример 15.3.– преместване с максимална кривина в средното сечение

Прилагаме формула (15.20) с коефициент  $S = 0,104$  за равномерно разпределен товар по таблица 15.2. Максималното преместване в средата на елемента е:

$$f = S \frac{1}{r_{\max}} L^2 = 0,104 \cdot 0,0000129 \cdot 20002 = 5,37 \text{ cm} < L/250 = 8,0 \text{ cm}.$$

Същото преместване получаваме и с прилагането на формула (15.21) с коефициент  $K_p = 5/384$  по таблица 15.3 и приведена минимална коравина от пример 15.1.:

### Пример 15.4. – преместване с разделяне на участъци, в които елементът работи без пукнатини и с пукнатини

Моментът  $M_{cr}$ , до който в сечението няма да бъдат образувани пукнатини, е намерен с параметрите на редуцираното сечение:

$$M_{cr} = 2463 \text{ kNm}.$$

Равномерно разпределеният товар при характеристична комбинация на въздействията, съгласно стойностите в пример 12.1., е  $p = 64,9 \text{ kN/m}$ . Реакцията в опорите е  $649 \text{ kN}$ . Разстоянието  $x$  от опорите до сечението, в което моментът е равен на пукнатинообразувания момент, определяме от уравнението:

$$M(x) = 649x - 0,5 \cdot 64,9x^2 = 2463,$$

$$x^2 - 20x + 75,9 = 0, \quad x = 5,10 \text{ m}.$$

Разделяме елемента на три участъка: два крайни с дължина по  $5,10 \text{ m}$  и един среден с дължина  $9,80 \text{ m}$ . Коравината в средния участък е определена  $EI = 2,05 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2$ . Необходима е коравината в крайните участъци. Тя ще бъде намерена за сечението с огъващ момент  $M = 2010 \text{ kNm}$ , получен за  $x = 5,10 \text{ m}$  при квазипостоянна комбинация на въздействията с  $p = 52,9 \text{ kN/m}$ .

Изчисляваме стойността на напрежението в горния и долен ръб на сечението при геометрични характеристики за продължително действие:

$$\sigma_c = \frac{2453}{4650} - \frac{2453 \cdot 53,8}{1,67 \cdot 10^5} + \frac{201000}{1,67 \cdot 10^5} = 0,94 \text{ kN/cm}^2 < 0,45 \cdot 4,0 = 1,84 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,t} = \frac{2453}{4650} + \frac{2453 \cdot 53,8}{1,40 \cdot 10^5} - \frac{201000}{1,40 \cdot 10^5} = 0,04 \text{ kN/cm}^2 \text{ (натиск)}.$$

Цялото сечение е в натискова зона.

Относителната деформация в по-силно натиснатото влакно при  $E_{c,eff} = 1148 \text{ kN/cm}^2$ :

$$\varepsilon_c = 0,94/1148 = 0,000819,$$

а в по-слабо натиснатото:

$$\varepsilon_{c,t} = 0,04/1148 = 0,000035.$$

Кривината е:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{ct}}{h} = \frac{0,000819 - 0,000035}{130} = 0,00000603 \text{ cm}^{-1},$$

а съответната приведена коравина:

$$EI = \frac{201000}{0,00000603} = 3,33 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2.$$

Определяме преместването в средата на елемента като прилагаме виртуален товар. Моментните диаграми при квазипостоянна комбинация на въздействията и от единична сила са показани на фигура 15.1. Приемаме, че приведените коравини в участъците са константни и са равни на минималните:

- за крайни участъци  $EI = 3,33 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2$ ;
- за средния участък  $EI = 2,05 \cdot 10^{10} \text{ kNcm}^2$ .

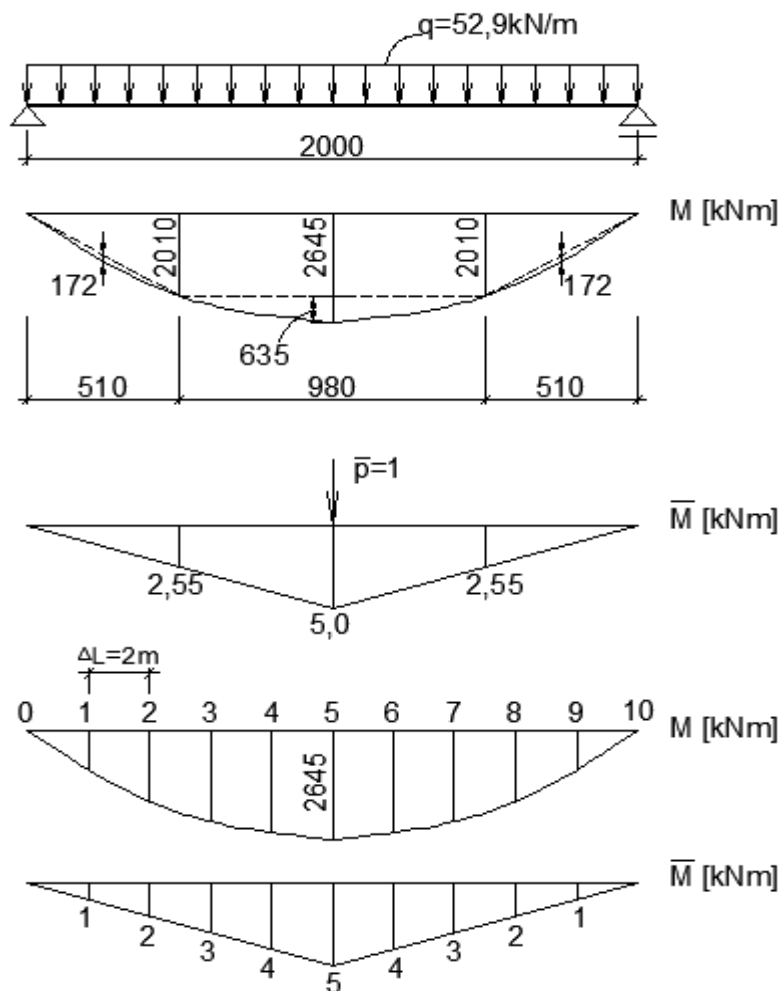
Интегрирането извършваме чрез умножаване на диаграмите по *Верещагин*. За преместването получаваме:

$$f = \frac{2}{3,33 \cdot 10^{10}} \left( \frac{1}{3} 201000 \cdot 510 \cdot 255 + \frac{1}{3} 17200 \cdot 510 \cdot 255 \right) + \frac{2}{2,05 \cdot 10^{10}} \left[ 201000 \cdot 490 \frac{255 + 500}{2} + \frac{1}{12} 63500 \cdot 490 (5 \cdot 500 + 3 \cdot 255) \right] = 4,77 \text{ cm}.$$

**Пример 15.5. – преместване с разделяне на голям брой участъци и интегриране по Симпсон**

Елементът е разделен на **10 участъка** всеки с дължина по **2 метра** (фигура 15.1.). Моментите във всяко сечение са определяни по формулата:

$$M(x) = 529x - 0,5 \cdot 52,9x^2 \text{ [kNm]}.$$



Фигура 15.1. Моментни диаграми в гредата

Напрегнатото състояние в *сечения 1, 2, 8 и 9* е определяно по *Навие* за редуцирано сечение без пукнатина при продължително действие:

- горен ръб:

$$\sigma_c = \frac{2453}{4650} - \frac{2453.53,8}{1,67.10^5} + \frac{M_i}{1,67.10^5},$$

- долен ръб:

$$\sigma_{ct} = \frac{2453}{4650} + \frac{2453.53,8}{1,40.10^5} - \frac{M_i}{1,40.10^5}.$$

Сечения 3 и 7 се намират в зона с пукнатини, получени при характеристична комбинация на въздействията. Моментите при квазипостоянна комбинация са по-малки от пукнатинообразуващия момент, но при изчисляване на напреженията по *Навие* (за ненапукано сечение) в долната част на сечението трябва да възникнат опънни напрежения. По височината на сечението, заета от пукнатина, тяхното поемане от бетона е невъзможно. В тези сечения може да бъде осъществено частично затваряне на пукнатината, но само в границите на натискната зона. Затова тези сечения трябва да бъдат разглеждани като напукани при изчисляване на кривината.

За определяне на напрегнатото състояние в сечение с пукнатина са приложени равновесните условия сума от сили и сума от моменти за центъра на тежестта на напрегнатата армировка. За момент  $M = 2222 \text{ kNm}$  например след преработване те имат вида:

$$0,0075x - \frac{78,1}{x} + 2,11 = \frac{2,453}{\sigma_{c, \max}};$$

$$-0,000025x^2 + 0,008492x + 1,606 - \frac{15,025}{x} = \frac{2,222}{\sigma_{c, \max}}.$$

За сеченията с пукнатини е изчислявана осреднена коравина по (15.10) като за параметъра  $\alpha_i$  е използвана кривината, изчислена за същия момент, но за сечение без пукнатина при напрежения, изчислявани за редуцирано сечение без пукнатина от продължително действие. При сечения 3 и 7 обаче моментът от въздействията е по-малък от пукнатинообразуващия момент, затова отношението  $M_{cr}/M$  е приемано 1,0. Причината е, че при момент, който е по-малък от пукнатинообразуващия, има противоречие с логиката за получаване на осреднената коравина, според която съпоставянето се прави между голяма кривина в сечение с пукнатина и по-малка кривина за ненапукано сечение.

При определяне на коефициента  $\zeta$  по (15.11) е прието  $\beta = 0,5$  за продължително действие.

Данните са поместени в таблица 15.4. по-долу. Моментите са показани на фигура 15.1.

Напрягащата сила е приета в посока на сигурността еднаква по цялата дължина на елемента и равна на минималната в средното сечение  $P_{k,inf} = 2453 \text{ kN}$ . Ако е необходимо по-точно изчисляване на преместването, трябва за всяко разглеждано сечение да бъдат определяни конкретните загуби и да бъде използвана точната стойност на напрягащата сила.

Прилагаме формула (15.16) като имаме предвид, че  $C_0 = C_{10} = 0$ , понеже в тези сечения  $\bar{M}_i = 0$ , и намираме преместването:

$$f = \frac{L}{3n} [C_0 + 4(C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9) + 2(C_2 + C_4 + C_6 + C_8) + C_n] =$$

$$= \frac{2000}{3 \cdot 10} 10^{-5} [4(-32,2 + 233 + 645 + 233 - 32,2) + 2(65,6 + 456 + 456 + 65,6)] = 4,18 \text{ cm}.$$

**Таблица 15.4. – Моменти и кривини в сеченията на елемента от пример 15.5.**

№	$\bar{M}_i$ [kNm]	$M_i$ [kNm]	$\sigma_c$ [kN/cm <sup>2</sup> ]		$x$ [cm]		$\frac{1}{r} \cdot 10^8$ [cm <sup>-1</sup> ]	$C_i = 10^5 \frac{1}{r} \bar{M}_i$
			Сечение без пукнатина	Сечение с пукнатина	Сечение без пукнатина	Сечение с пукнатина		
1	1,0	952	0,31	-	130	-	-322	-32,2
2	2,0	1693	0,75	-	130	-	328	65,6
3	3,0	2222		1,04		120,2	775	233
4	4,0	2539		1,26		91,5	1140	456
5	5,0	2645		1,35		84,7	1290	645
6	4,0	2539		1,26		91,5	1107	456
7	3,0	2222		1,04		120,2	775	233
8	2,0	1693	0,75	-	130	-	328	65,6
9	1,0	952	0,31	-	130	-	-322	-32,2

### 15.3. Изчисляване на преместванията чрез еластична и пластична компонента

Крайният размер на преместването е сбор от две стойности. Първата от тях е определена за началното състояние на елемента при кратковременно действие на всички товари, втората – от продължителното действие на собственото тегло, постоянните товари и квазипостоянната част на променливите товари с вземане под внимание на пълзенето. Определянето на преместването може да бъде извършено принципно по формулата:

$$f = f_{el}(G + P_{m0,k} + \Delta P_{csr,k} + Q) + \frac{\varphi}{1,05} f_{el}(G + P_{m0,k} + \chi \Delta P_{csr,k} + \psi_2 Q), \quad (15.23)$$

или

$$f = f_{el}(G + P_{m0,k} + \Delta P_{csr,k} + \psi_2 Q) + \frac{\varphi}{1,05} f_{el}(G + P_{m0,k} + \chi \Delta P_{csr,k} + \psi_2 Q), \quad (15.24)$$

в която  $f$  е окончателна стойност на преместването;

$f_{el}$  – компонента на преместването при кратковременно действие на товарите, изчислена за съответната комбинация на товарите, показани принципно в скобите;

$G$  и  $Q$  – стойности съответно на постоянни и променливи въздействия;

$\psi_2$  – коефициент за квазипостоянна стойност на променливото въздействие;

$P_{m0,k}$  – характеристична стойност на напрегащата сила след приспадане на първите загуби, осъществени в момента на напрегането;

$\Delta P_{src,k}$  – характеристична стойност на загубата на сила в напрегнатата армировка, зависеща от времето, определена по (6.70);

$\chi = 0,8$  – коефициент на релаксация, отразяващ влиянието на спада на напреженията в напрегнатата армировка в течение на някакъв продължителен период от време, водещо до намалени напрежения в бетона и съответно намалено пълзене;

$\varphi$  – коефициент на пълзене, определен по т.3.1.4 и приложение В от [1] или от таблица 2.1 от т.2 от настоящите приложения в зависимост от продължителността на действие на товара.

Разликата между двете формулировки е, че при първата е включена пълната стойност на променливия товар при определяне на еластичната компонента на преместването, а при втората участва само квазипостоянната част на променливия товар.

Множителят  $\varphi/1,05$  в (15.23) и (15.24) са резултат от обстоятелството, че втората компонента на преместването е функция на пълзенето. Деформацията от пълзенето на бетона по формула (3.6) от [1] зависи от тангенциалния модул, който е  $E_c = 1,05 E_{cm}$ . Получаването на крайната деформация в бетона за време  $t$  е резултат от две стойности: начална еластична, изчислявана със секущия модул на еластичност, и пластична, изчислявана с тангенциалния модул:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} + \varphi(t, t_0) \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \left[ 1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{1,05} \right]. \quad (15.25)$$

Тъй като при намиране на преместването се ползва секущия модул на бетона  $E_{cm}$ , чрез умножаването му с  $1,05$  получаваме тангенциалния модул и действителната стойност на преместването от пълзене.

Формула (15.24) може да бъде опростена във вида:

$$f = \left(1 + \frac{\varphi}{1,05}\right) f_{el} \left( G + P_{m0,k} + \frac{1,05 + \chi\varphi}{1,05 + \varphi} \Delta P_{csr,k} + \psi_2 Q \right) \quad (15.26)$$

Еластичната част на преместването в (15.26) се определя за кратковременно действие на товарите със текущия модул на еластичност  $E_{cm}$ . Могат да бъдат използвани формули (15.14) или (15.16), в които кривината или съответната коравина да бъдат намирани за сечение без пукнатини с инерционен момент за редуцирано сечение, или за сечение с пукнатини с инерционен момент за редуцирано сечение, при което от бетона участва само натиснатата част. Коефициентът на пълзене може да се отнася както за някакъв срок  $t$ , така и за време  $t = \infty$ .

Трябва да се има предвид, че напрегащата сила намалява преместването, а загубата на напрежение го увеличава. По тази причина в (15.23), (15.24) и (15.26) ефектът на силата трябва да бъде приеман с отрицателен знак, а ефектът от загубата на напрежение – с положителен.

Ако в комбинацията на въздействията, за която искаме да определим преместването, влизат и кратковременни товари, техният принос се взема под внимание само в първата сума на (15.23), отразяваща еластичната деформация. Втората сума, която е умножена с коефициента  $\varphi/1,05$ , се отнася само за товари с продължително действие. В този случай са необходими две еластични компоненти: едната, която е резултат от всички въздействия, и другата, резултат само на продължителните товари, която ще бъде използвана за получаване на пластичната компонента вследствие на пълзенето.

#### **Пример 15.6. – преместване с еластична и пластична компонента при двойно Т сечение и интегриране по Симпсон**

Целта е да бъде определено преместването в средното сечение на елемента от пример 15.2. посредством формула (15.26). Разполагаме със следните данни, използвани в предишните примери:

$$G + \psi_2 Q = 9,9 + 25 + 0,6.30 = 52,9 \text{ kN/cm}^2;$$

параметри на бетонното сечение:

- площ  $A = 3960 \text{ cm}^2$ ;
- инерционен момент  $I = 7,69.10^6 \text{ cm}^4$ ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на бет. сечение  $75,1 \text{ cm}$ ;
- разстояние от долния ръб до центъра на тежестта на напрегнатата армировка  $16,8 \text{ cm}$ ;

Сеченията на армировките са както в пример 15.2.

В пример 6.2. е определена големината на напрегащата сила след първите загуби  $P_{m0} = 2879 \text{ kN}$ . Поради благоприятното влияние ще бъде използвана долната характеристична стойност:

$$P_{m0k,inf} = 0,95.2879 = 2735 \text{ kN}.$$

В пример 6.8. са определени загубите, зависещи от времето:

$$\Delta P_{src} = 296,6 \text{ kN}.$$

Загубите влияят неблагоприятно, защото в случая увеличават преместването. Поради това ще бъде използвана горната характеристична стойност:

$$\Delta P_{src,k \sup} = 1,05 \cdot 296,6 = 311 \text{ kN}.$$

В пример 6.8. е намерен коефициентът на пълзене  $\varphi(\infty, t_0) = 2,05$ .

За стойността на загубите, необходима във формула (15.26), получаваме:

$$\Delta P_{src,k} = \frac{1,05 + \chi\varphi}{1,05 + \varphi} \Delta P_{src,k \sup} = \frac{1,05 + 0,8 \cdot 2,05}{1,05 + 2,05} 311 = 270 \text{ kN}.$$

В посока на сигурността приемаме, че напрегащата сила и загубите са еднакви по цялата дължина на елемента и са равни на показаните стойности, получени за средното сечение.

Резултантната стойност на напрегащата сила е:

$$P_{mk} = 2735 - 270 = 2465 \text{ kN}.$$

Необходимо е еластичното преместване при кратковременно действие на товарите, затова ще бъде използван секущият еластичен модул на бетона  $E_{cm} = 3500 \text{ kN/cm}^2$ . Геометричните характеристики на редуцираното сечение при кратковременно действие на товарите са:

$$A_{red} = 4160 \text{ cm}^2;$$

$$y_{red} = 73,7 \text{ cm} \text{ от долния ръб};$$

$$I_{red} = 8,35 \cdot 10^6 \text{ cm}^4;$$

- горен ръб на сечението:

$$W_{s,red} = 1,48 \cdot 10^5 \text{ cm}^3;$$

- долен ръб на сечението:

$$W_{i,red} = 1,13 \cdot 10^5 \text{ cm}^3;$$

$e = 56,9 \text{ cm}$ , разстояние между центровете на тежестта на редуцираното сечение и на напрегнатата армировка.

Както в пример 15.5. елементът е разделен на 10 участъка.

В приложената таблица 15.5. са включени данните, необходими за изчисляване на еластичното преместване  $f_{el}$  от (15.26). При сечение без пукнатина напрегнатото състояние е определяно по **Навие**.

За сечение с пукнатина е използвана методиката, изложена по-напред. Прилагаме система уравнения за определяне на неизвестните.

Ще бъде проследено решението за сечения 3 и 7 при  $M = 2222 \text{ kNm}$ , за които важат обясненията от пример 15.5.: моментът при квазипостоянна комбинация е по-малък от пукнатинообразуващия момент, но ако бъдат изчислени като ненапукани, се появяват опънни напрежения в бетона, които не могат да бъдат поемани по причина на вече възникнала пукнатина от характеристична комбинация.

Първото уравнение е условието за сума от силите. Изразяваме напреженията във функция на неизвестните: максимално напрежение  $\sigma_{c,max}$  в горния ръб и височина на натисковата зона  $x$ .

След преработка условието за сума от силите получава опростения вид:

$$0,0075x - \frac{36,275}{x} + 1,619 = \frac{2,465}{\sigma_{c,max}}.$$

Второто условие е сума от моменти спрямо центъра на тежестта на напрегнатата армировка. След съкращаване и преработка добива вида:

$$-0,000025x^2 + 0,008492x + 1,47 - \frac{15,353}{x} = \frac{2,222}{\sigma_{c,max}}.$$

Умножаваме членовете на първото уравнение с коефициент  $2,222/2,465 = 0,901$  и приравняваме левите части на двете уравнения, за да елиминираме неизвестната  $\sigma_{c,max}$ . Получаваме кубичното уравнение:

$$x^3 - 69,2x^2 - 440x = 6,939 \cdot 10^5.$$

За височината на натисковата зона определяме  $x = 120,6 \text{ cm}$ . Като я заместим в първото уравнение, намираме  $\sigma_{c,max} = 1,11 \text{ kN/cm}^2$ .

При другите сечения, работещи с пукнатини, уравненията са същите като само във второто от тях се променя стойността на огъващия момент.

При сечения с пукнатина е получавана осреднена стойност на кривината по формула (15.10). За параметъра  $\alpha_f$  е поставяна кривината за сечение без пукнатина при изчисляване на напреженията по *Навие* за редуцирано сечение при кратковременно действие.

**Таблица 15.5. –  
Моменти и кривини в сеченията  
на елемента от пример 15.6.**

№	$\overline{M}_i$ [kNm]	$M_i$ [kNm]	$\sigma_c$ [kN/cm <sup>2</sup> ]		$x$ [cm]		$\frac{1}{r} \cdot 10^8$ [cm <sup>-1</sup> ]	$C_i =$ $10^5 \frac{1}{r} \overline{M}_i$
			Сечение без пукнатина	Сечение с пукнатина	Сечение без пукнатина	Сечение с пукнатина		
1	1,0	952	0,28	-	130	-	-155	-15,5
2	2,0	1693	0,78	-	130	-	98,5	19,7
3	3,0	2222		1,11		120,6	281	84,3
4	4,0	2539		1,43		76,7	400	160
5	5,0	2645		1,56		67,2	457	229
6	4,0	2539		1,43		76,7	400	160
7	3,0	2222		1,11		120,6	281	84,3
8	2,0	1693	0,78	-	130	-	98,5	19,7
9	1,0	952	0,28	-	130	-	-155	-15,5

При определяне на коефициента  $\zeta$  по (15.11) е прието  $\beta = 1,0$  за кратковременно действие.

Прилагаме формула (15.16) като имаме предвид, че  $C_0 = C_{10} = 0$ , понеже в тези сечения  $\overline{M}_i = 0$ , и намираме еластичното преместване:

$$f_{el} = \frac{L}{3n} [C_0 + 4(C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9) + 2(C_2 + C_4 + C_6 + C_8) + C_n] =$$

$$= \frac{2000}{3.10} 10^{-5} [4(-15,5 + 84,3 + 229 + 84,3 - 15,5) + 2(19,7 + 160 + 160 + 19,7)] = 1,457 \text{ cm.}$$

По (15.26) изчисляваме окончателната стойност на преместването:

$$f = \left(1 + \frac{\varphi}{1,05}\right) f_{el} = \left(1 + \frac{2,05}{1,05}\right) \cdot 1,457 = 4,30 \text{ cm.}$$

Стойността на преместването в средното сечение на елемента е близка до тази от пример 15.5., която е  **$f = 4,18 \text{ cm}$** . Разликата е **2,8 %**.

Стойността на преместването, намерено чрез разделяне на елемента на участъци, в които елементът работи без пукнатини и с пукнатини, пример 15.4., е  **$f = 4,77 \text{ cm}$** . Разликата е **11%** като е в посока на сигурността – получено е по-голямо преместване. За сметка на това изчисляването е сравнително просто.

#### 15.4. Влияние на срязващата сила върху преместването

В [1] няма указания за влиянието на срязващите сили върху големината на преместванията.

При отношение на изчислителния отвор към полезната височина  $l/d > 12$  приносът на срязващата сила към големината на преместването е малък. Но при сравнително къси елементи срязващата сила може да увеличи преместването с 20 – 30 %, което не трябва да бъде пренебрегнато. Засилен принос на срязващите сили към преместването може да има и при елементи, работещи с пукнатини. Големината на приноса е в силна зависимост от дължината на участъка с пукнатини.

В [1] няма указания за коравината при срязване. По тази причина ще бъдат изведени формули за коравината въз основа на фермовия модел, прилаган в [1] за определяне на носещата способност при срязваща сила.

В общ вид преместването, дължащо се на срязващата сила, може да бъде изразено с формулата от строителната механика:

$$f = \sum_n \int_{l_i} \frac{V(x)\bar{V}(x)}{A_i G} dx, \quad (15.27)$$

в която  $f$  е преместване на елемента в определено сечение, резултат от действие на срязваща сила;

$V(x)$  - срязваща сила в сечение  $x$  от въздействието, за което е определяно преместването;

$\bar{V}(x)$  - срязваща сила в сечение  $x$  от виртуален товар единица, приложен в сечението, за което се определя преместването, с посока на действие по направление на очакваното преместване - ако посоката е сгрешена резултатът ще бъде с отрицателна стойност;

$A_i$  – площ на напречното сечение на елемента за участък  $i$ ;

$G$  – модул на хлъзгане на бетона, може да бъде приет  $G = 0,4E_c$ ;

$n$  – брой на участъците по дължина на елемента, в които се извършва интегрирането;

$l_i$  – дължина на участък  $i$ .

Ако в участъка, за който се извършва интегрирането, няма пукнатини, може да бъде използвана коравината на срязване  $A_i G$ . При наличие на пукнатини трябва да бъде прилагана приведена коравина. За нейното получаване разглеждаме греда, натоварена с равномерно разпределен товар, показана на фигура 15.2. Напречното сечение е правоъгълно с размери  $b/h$ . Фермата, която понася срязващите сили, е съставена от диагонални, вертикални и успоредни поясни пръти. Ъгълът  $\theta$  на наклона на диагоналните пръти може да се променя между 22 и 45°. В посока на сигурността е приет ъгъл  $\theta = 45^\circ$ . При него коравината на срязване е най-малка. Стремената са вертикални. Разстоянието между поясните пръти  $z$  представлява рамото на вътрешната двоица сили – разстояние между приложената точка на силите в натисковата зона на сечението и центъра на тежестта на опънната армировка. Ако не е известно, може да бъде прието  $z = 0,9d$ . Напречните сечения и силите в прътите са следните:

Диагонални пръти – бетонно сечение

височина на сечението  $h_D = z \cdot \cos \theta$ ;

широчина на сечението  $b$ , при двойно  $T$  или  $T$  сечение широчината ще бъде най-малката широчина на сечението  $b_w$ ;

дължина на пръта  $z/\sin\theta$ ;

еластичен модул  $E_{c,eff}$ , при кратковременно действие  $E_{cm}$ ;

сила в пръта от срязваща сила в резултат на експлоатационно въздействие:

$$D_i = V_{\max} \frac{0,5n-i}{0,5n} \frac{1}{\sin\theta}, \quad (15.28)$$

$V_{\max}$  е максималната стойност на срязващата сила при опорите,

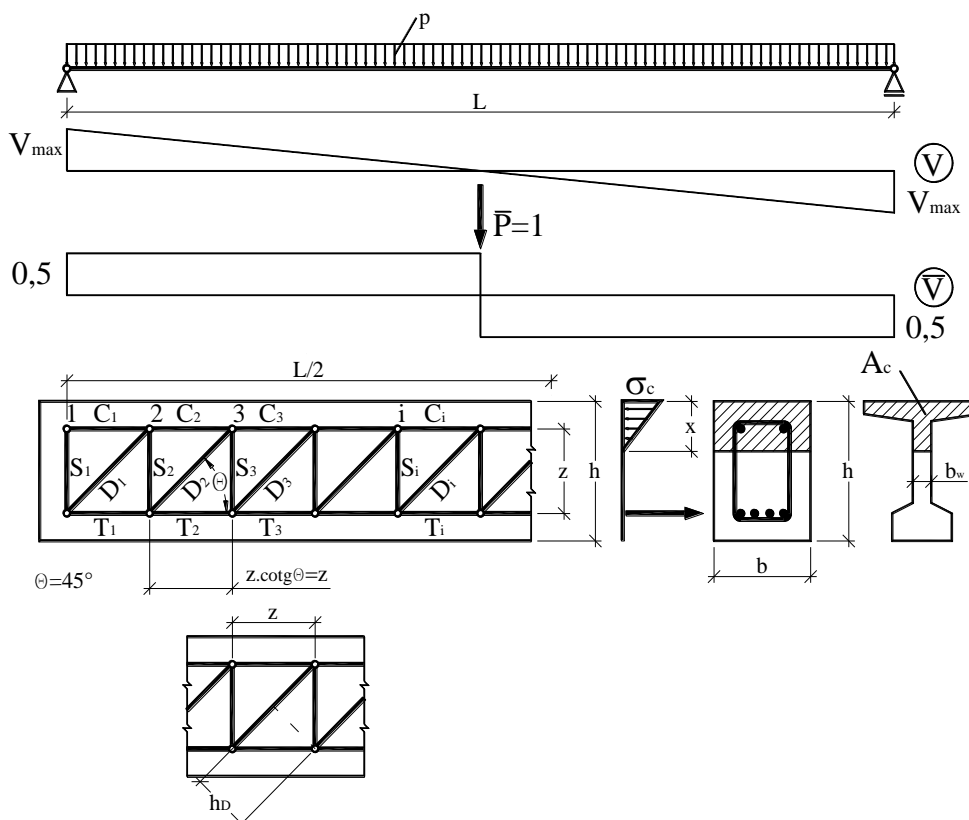
$n = L / (z \cdot \cot\theta) = L/z$ , брой на прътите;

$i$  – пореден номер на пръта от края на елемента към средното сечение;  
средната стойност на силата в прътите от срязваща сила:

$$D_{i,m} = 0,5 \cdot V_{\max} \frac{1}{\sin\theta}, \quad (\text{натиск}) \quad (15.29)$$

сила от виртуален товар:

$$\bar{D}_i = 0,5 \cdot \frac{1}{\sin\theta}. \quad (\text{натиск}) \quad (15.30)$$



Фигура 15.2. Схема на елемента и на фермовия модел за поемане на срязващи сили

Вертикални пръти – сечение на стремената, пресичащи хоризонталната проекция на диагоналните пръти.

напречно сечение:

$$A_{sw} \frac{z \cdot \cot \theta}{s} = A_{sw} \frac{z}{s}; \quad (15.31)$$

където  $A_{sw}$  е сбор от сечението на всеки от вертикалните пръти на стремената,  
 $s$  – разстояние между стремената;  
 $z$  – дължина на пръта;  
 $E_s$  еластичен модул;

сила от експлоатационен товар:

$$S_i = V_{\max} \frac{0,5n-i}{0,5n}, \quad (15.32)$$

средна стойност силата в пръта от експлоатационен товар:

$$S_{i,m} = 0,5V_{\max}; \quad (\text{опън}) \quad (15.33)$$

$$\bar{S}_i = 0,5. \quad (\text{опън}) \quad (15.34)$$

Горен пояс – сечение на натиснатия бетон

площ на сечението –  $b x$ ,

в посока на сигурността е прието, че височината на натиснатата зона е за сечението с пукнатина, между пукнатините тя ще бъде по-голяма,

при двойно  $T$  или  $T$  сечение площта ще включва пояса и част от стеблото до нулевата линия, при наличие на натискова армировка тя може да участва в редуцираното сечение на натиснатата част на сечението;

дължина на пръта  $z$  (поради приемането  $\theta = 45^\circ$ );

еластичен модул  $E_{c,eff}$ , при кратковременно действие  $E_{cm}$ ;

сила в пръта от срязваща сила в резултат на експлоатационно въздействие:

$$C_i = 0,5 D_i \cos \theta, \quad (15.35)$$

съгласно приетия модел половината от хоризонталната проекция на силата в натиснатия диагонал е уравновесена от горния пояс, а другата половина – от долния пояс;

средната стойност на силата в пръта от срязваща сила:

$$C_{i,m} = 0,25 V_{\max} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 0,25 V_{\max}; \quad (\text{опън}) \quad (15.36)$$

$$\bar{C}_i = 0,25 \bar{D}_i \cos \theta = 0,25. \quad (\text{опън}) \quad (15.37)$$

Долен пояс – сечение на армировката в опънната зона на сечението

площ на сечението –  $A_s, (A_p)$ ,

при наличие на напрегната армировка тя трябва да участва в площта или само тя да представлява площта, по-нататък са представени подробни обяснения;

дължина на пръта  $z$ ;

еластичен модул  $E_s (E_p)$ ;

сила в пръта от срязваща сила в резултат на експлоатационно въздействие

$$T_i = 0,5 D_i \cos \theta ;$$

средната стойност на силата в пръта от срязваща сила:

$$T_{i,m} = 0,25 V_{\max} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 0,25 V_{\max} ; \quad (\text{опън}) \quad (15.38)$$

сила от виртуален товар:

$$\bar{T}_i = 0,25 \bar{D}_i \cos \theta = 0,25. \quad (\text{опън}) \quad (15.39)$$

За фермовия модел, който е използван, изразяването на преместването чрез интеграла от (15.27) добива вида:

$$f = \sum_n \frac{D_i \bar{D}_i z}{b z \sin \theta \cos \theta E_{c,eff}} + \sum_n \frac{S_i \bar{S}_i s z}{A_{sw} z E_s} + \sum_n \frac{C_i \bar{C}_i z}{b x E_{c,eff}} + \sum_n \frac{T_i \bar{T}_i z}{A_s E_s} \quad (15.40)$$

В (15.40) замествахме средните стойности на силите в прътите от експлоатационен товар и силите от виртуален товар. Всяка от отделните суми се отнася за  $n$  броя пръти. Като изнесем  $n$  пред скоби и преработим, изразът става:

$$f = \frac{L}{z} \left[ \frac{0,25 V_{\max} z}{b z \cos \theta \sin^3 \theta E_{c,eff}} + \frac{0,25 V_{\max} s z}{A_{sw} z E_s} + \frac{0,125 V_{\max} z}{b x E_{c,eff}} + \frac{0,125 V_{\max} z}{A_s E_s} \right] \quad (15.41)$$

Изнасяме  $V_{\max} z$  пред скобите и опростяваме допълнително, имайки предвид, че  $\cos \theta \cdot \sin^3 \theta = 0,25$ . За преместването получаваме:

$$f = L V_{\max} \left[ \frac{1}{b z E_{c,eff}} + \frac{0,25 s}{A_{sw} z E_s} + \frac{0,125}{b x E_{c,eff}} + \frac{0,125}{A_s E_s} \right] \quad (15.42)$$

Ако използваме интеграла от (15.27) с приведена коравина на срязване  $(AG)_{red}$  и приложим умножение на диаграмите по **Верещагин**, големината на преместването е:

$$f = \sum_n \int_{l_i} \frac{V(x) \bar{V}(x)}{(AG)_{red}} dx = 2 \frac{(0,5 V_{\max} L / 2) 0,5}{(AG)_{red}} = \frac{0,25 V_{\max} L}{(AG)_{red}}. \quad (15.43)$$

От (15.43) изразяваме приведена коравина на срязване  $(AG)_{red}$ :

$$(AG)_{red} = \frac{0,25 V_{\max} L}{f}. \quad (15.44)$$

Заместваме преместването по (15.42) в (15.44), умножаваме числителя и знаменателя с  $bzE_{c,eff}$  и след преобразуване за приведената коравина намираме израза:

$$(AG)_{red} = \frac{bzE_{c,eff}}{4 + \frac{1}{\rho_w \alpha_{es}} + 0,5 \frac{z}{x} + \frac{0,45}{\rho \alpha_{es}}}, \quad (15.45)$$

в който  $\rho_w = A_{sw}/bs$ , коефициент на армиране с напречна армировка;

$\rho = A_{sw}/bs$ , коефициент на армиране с надлъжна армировка;

$\alpha_{es} = E_s/E_{c,eff}$ .

При извеждане на (15.45) за последното събираемо в скобите на (15.42) е прието  $z \approx 0,9d$  ( $d$  е полезната височина).

Третият член в знаменателя на (15.45) е с много малък принос спрямо цялата стойност – около 1 - 2 % и без голяма грешка може да бъде пропуснат.

От (15.45) се вижда, че приведената коравина не зависи от дължината на елемента и от големината на срязващата сила. Същият резултат може да бъде получен за участък от елемента с дължина, представляваща част от дължината на елемента, и за срязваща сила, по-малка от максималната.

При сечение от вида двойно  $T$  или  $T$  промените във формула (15.45) засягат широчината на сечението  $b$  и площта на напречното сечение на горните пръти. Вместо  $b$  трябва да бъде използвана най-малката широчина (дебелината на стеблото)  $b_w$ . Напречното сечение на горните пръти обхваща площта между най-силно натиснатия ръб на сечението и нулевата линия. Това сечение може да бъде разглеждано и като редуцирано с участието на армировъчните пръти. Практически участието на армировката е без особено значение, тъй като изобщо приносът на горните пръти от фермовия модел при определяне на приведената коравина на срязване е много малък. С тези промени формула (15.45) придобива вида:

$$(AG)_{red} = \frac{b_w z E_{c,eff}}{4 + \frac{1}{\rho_w \alpha_{es}} + 0,5 \frac{b_w z}{A_c} + \frac{0,45}{\rho \alpha_{es}}}, \quad (15.46)$$

в който  $\rho_w = A_{sw}/b_w s$ , коефициент на армиране с напречна армировка;

$\rho = A_s/b_w d$ , коефициент на армиране с надлъжна армировка;

$A_c$  – площ на натиснатата зона в сечението (фигура 15.2.).

Както във формула (15.45) и във (15.46) третият член в знаменателя е с много малка стойност спрямо общата стойност на знаменателя – от порядъка на 1 – 1,5 % и затова може да бъде пренебрегнат с незначителна грешка.

Ако по дължина на елемента разстоянията между стремената са различни, трябва да бъдат определени отделни приведени коравини.

Показването на армировката като  $A_s$  е обобщено записване. То може да включва и напрегнатата армировка  $A_p$  или да бъде само  $A_p$ . Както в предишните изследвания, може да бъде приета обща опънна сила като резултат на опънните сили, възникващи в обикновената и напрегнатата армировка. Ако те са на различни нива, трябва да бъде определена обща приложна точка, разположена на разстояние  $d_r$  от горния ръб на сечението, определяна с израза:

$$d_r = \frac{\chi A_p d_p + A_{s1} d_s}{\chi A_p + A_{s1}}, \quad (15.47)$$

$$\chi = \frac{d_p - x}{d_s - x}, \quad (15.48)$$

коэффициент, вземащ под внимание различната полезна височина при обикновената армировка  $d_s$  и напрегнатата армировка  $d_p$ ;

$x$  – височина на натисквата зона, ако не е известна предварително, може да бъде прието  $\chi = 0,82 - 0,85$ .

#### **Пример 15.7. – преместване от срязващи сили при двойно Т сечение**

За елемента от пример 15.6. да бъде определено преместването в средното сечение от срязващи сили при квазипостоянна комбинация на въздействията.

Разполагаме със следните данни, използвани в предишните примери:

разпределен товар при квазипостоянна комбинация:

$$G + \psi_2 Q = 9,9 + 25 + 0,6.30 = 52,9 \text{ kN/cm}^2;$$

$$E_{c,eff} = 1148 \text{ kN/cm}^2;$$

напречни сечения на армировките - както използваните в предишните примери.

При дължина на елемента от **20 метра** максималната срязваща сила при изчислителна комбинация на товарите в крайно гранично състояние е  $V_{max} = 921 \text{ kN}$ . Определени са стремена от **№12** стомана клас **B420** през **35 сантиметра**.

Максималната срязваща сила при изчислителна комбинация на товарите в експлоатационно гранично състояние за квазипостоянна комбинация е  $V_{max} = 529 \text{ kN}$ .

Елементът работи с пукнатини. За максималния момент в средното сечение при квазипостоянна комбинация:

$$M_{Ed} = 0,125(9,9 + 25 + 0,6.30)20^2 = 2645 \text{ kNm},$$

височина на натисквата зона  $x = 84,7 \text{ cm}$ . Площта на тази зона е  $A_c = 2650,5 \text{ cm}^2$ , натисквата сила е **2469 kN**. Напрежението в бетона на ниво на горния ръб е  $\sigma_{c,max} = 1,35 \text{ kN/cm}^2$ . Напреженията в отделни влакна са:

долен ръб на пояса **1,03 kN/cm<sup>2</sup>**;

център на тежестта на трапецовидната част **1,0 kN/cm<sup>2</sup>**;

долна основа на трапецовидната част **0,94 kN/cm<sup>2</sup>**.

Приложната точка на силата в натисквата зона се намира на разстояние  $a_c$  от горния ръб на сечението:

$$a_c = \frac{1,03.20.75.10 + 0,5.0,32.20.75.6,67 + 1,0.0,5(75 + 15)6.22,3 + 0,94.0,5.15.(84,7 - 26)45,6}{2469},$$

$$a_c = 17 \text{ cm}.$$

Общото сечение на армировката в опънната зона, приведено към еластичен модул на обикновената армировка, е:

$$A_{s,tot} = 8,04 + 22,3 \frac{19500}{20000} = 8,04 + 21,74 = 29,8 \text{ cm}^2;$$

$$\chi = \frac{d_p - x}{d_s - x} = \frac{113,2 - 84,7}{126 - 84,7} = 0,69,$$

Приложната точка на общата опънна сила се намира на разстояние  $d_r$  от горния ръб на сечението:

$$d_r = \frac{0,69 \cdot 21,74 \cdot 113,2 + 8,04 \cdot 126}{0,69 \cdot 21,74 + 8,04} = 117,7 \text{ cm}.$$

Рамото на вътрешната двоица сили е  $z = 117,7 - 17 = 100,7 \text{ cm}$ .

Пренебрегнато е влиянието на натисквата армировка.

Параметрите, необходими за прилагане на формула (15.46), са:

$$b_w = 15 \text{ cm};$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} = \frac{2,113}{15 \cdot 35} = 0,0043;$$

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d_r} = \frac{0,69 \cdot 21,74 + 8,04}{15 \cdot 100,7} = 0,0153;$$

$$\alpha_{es} = \frac{20000}{1148} = 17,42.$$

За приведената коравина по (15.46) получаваме:

$$(AG)_{red} = \frac{b_w z E_{c,eff}}{4 + \frac{1}{\rho_w \alpha_{es}} + 0,5 \frac{b_w z}{A_c} + \frac{0,45}{\rho \alpha_{es}}} = \frac{15 \cdot 100,7 \cdot 1148}{4 + \frac{1}{0,0043 \cdot 17,42} + 0,5 \frac{15 \cdot 100,7}{2650,5} + \frac{0,45}{0,0153 \cdot 17,42}}$$

$$(AG)_{red} = \frac{1734054}{4 + 13,35 + 0,28 + 1,69} = 89754 \text{ kN}.$$

Третото събираемо в знаменателя показва влиянието на натисквата зона върху коравината. Спрямо общата стойност на знаменателя то съставлява **1,45%**. Малко е и влиянието на опънната армировка, изразено с четвъртото събираемо, възлизащо на **8,75%**.

Преместването в средното сечение от срязващи сили при квазипостоянна комбинация по (15.43) е:

$$f = \frac{0,25 V_{max} L}{(AG)_{red}} = \frac{0,25 \cdot 529 \cdot 2000}{89754} = 2,95 \text{ cm}.$$

Това преместване е получено при условие, че минималната коравина на срязване се отнася за цялата дължина на елемента. По-точната стойност на преместването можем да намерим, ако разгледаме елемента като съставен от участъци, работещи без пукнатини и с пукнатини. Разделяме го на три участъка както в пример 15.4.: два крайни с дължина по **5,10 m** и един среден с дължина **9,80 m**. Крайните участъци нямат пукнатини от огъване в експлоатационно състояние. Коравината на срязване в средния участък е  $(AG)_{red} = 89\,754\text{ kN}$ . Коравината на срязване в крайните участъци е:

$$AG = 3960(0,4.1148.1,05) = 1,91.10^6\text{ kN}.$$

Използван е коефициент **1,05**, за да бъде получен тангенциалният еластичен модул на бетона при продължително действие.

Срязващата сила в граничното сечение между участъците е:

$$V = 529 - 5,10.52,9 = 259,2\text{ kN}.$$

Диаграмите на срязващите сили от квазипостоянна комбинация на въздействията и от единична сила, приложена в средата на отвора, са аналогични на показаните на фигура 15.2. - Схема на елемента и на фермовия модел.

За преместването изчисляваме:

$$f = 2 \frac{(529 + 259,2)510.0,5}{2.1,91.10^6} + 2 \frac{259,2.490.0,5}{2.89754} = 0,10 + 0,71 = 0,81\text{ cm}.$$

Тази стойност е приблизително **20 %** от големината на преместването от огъване, намерена в примери 15.2. и 15.3.